

STAN NAPRĘŻENIA PRZY NIESYMETRYCZNYM ROZCIĄGANIU  
OSIOWYM MATERIAŁÓW PERFOROWANYCH

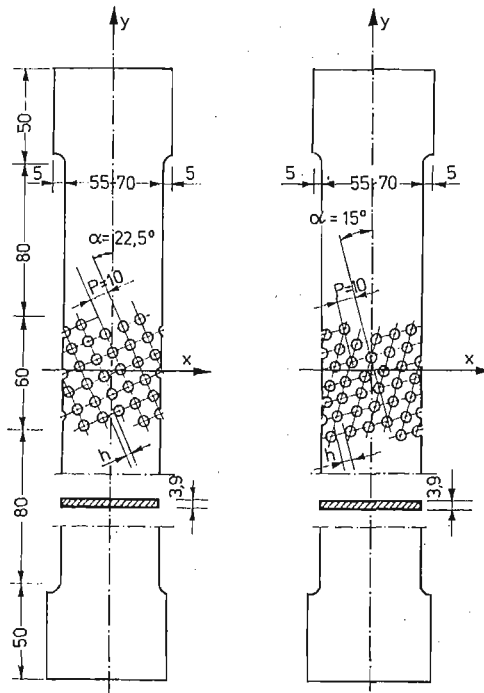
ANDRZEJ LITEWKA, EWA ROGALSKA (POZNAŃ)

1. Wprowadzenie

Materiały perforowane z regularnym układem otworów stosowane są w budowie różnych urządzeń w energetyce i chemii, stąd też istotnym problemem są badania ich własności mechanicznych. W obliczeniach wytrzymałościowych elementów perforowanych przeprowadza się homogenizację ośrodka wprowadzając pojęcie materiału zastępczego. Zasady projektowania elementów perforowanych w oparciu o koncepcję materiału zastępczego, którego stałe sprężystości odpowiadają stałym sprężystości materiału perforowanego w skali makro podali O'DONNELL i LANGER w pracy [1]. Na podstawie licznych badań doświadczalnych jak również analiz teoretycznych przyjmuje się [2], że w zakresie sprężystym materiał zastępczy w przypadku kwadratowego układu otworów jest materiałem ortotropowym, natomiast dla trójkątnego układu otworów zakłada się izotropię materiału zastępczego. W ostatnich latach ukazało się szereg prac, których celem było określenie własności plastycznych materiałów perforowanych. POROWSKI i O'DONNELL w pracach [3, 4] przedstawili powierzchnie plastycznego płynięcia dla materiałów perforowanych z kwadratowym i trójkątnym układem otworów, wyznaczone metodą nośności granicznej w oparciu o statycznie dopuszczalne pola naprężeń. Z tych prac wynika, że materiały perforowane wykazują anizotropię plastyczną przy kwadratowym, jak również przy trójkątnym układzie otworów. Podobny wniosek wynika również z doświadczalnych badań plastyczności materiałów perforowanych. W pracy [5] przedstawiono wyniki badań doświadczalnych anizotropii plastycznej, przeprowadzone na próbkach perforowanych ze stopu aluminium PA4, poddanych osiowemu rozciąganiu, przy różnych kątach nachylenia osi symetrii perforacji w stosunku do kierunku obciążenia. Badania te wykazały, że materiały z kwadratowym układem otworów wykazują większą anizotropię niż materiały z układem trójkątnym. W dalszym etapie badań, który przedstawiono w pracach [6, 7], wyznaczono w złożonym stanie naprężenia powierzchnię plastycznego płynięcia dla materiału z kwadratowym układem otworów. Badania te przeprowadzone były na perforowanych rurkach wykonanych ze stali miękkiej ST3S. W pracach [6, 7] stwierdzono, że anizotropia materiału perforowanego w znacznym stopniu uzależniona jest od współczynnika osłabienia otworami  $\mu = h/P$  (wielkości  $h$  i  $P$  objaśnia rys. 1). Anizotropia materiału z kwadratowym układem otworów wzrasta, gdy wartości  $\mu$  maleją, przy czym dla  $\mu > 0,7$  materiał jest praktycznie izotropowy plastycznie.

W badaniach materiałów anizotropowych jakimi są materiały perforowane istotnym czynnikiem wpływającym na dokładność wyników są zakłócenia stanu naprężeń, wystę-

pujące w przypadku, gdy kierunek obciążenia próbki nie pokrywa się z kierunkiem osi symetrii ośrodka. Problem ten daje się bardzo wyraźnie zauważyć w przypadku osiowego rozciągania, gdzie zakłócenia stanu naprężeń spowodowane są powstawaniem odkształceń postaciowych występujących w płaszczyźnie próbki obok jej przewężenia i wydłużenia osiowego. Z reguły sposób mocowania próbek w maszynie wytrzymałościowej krępuje

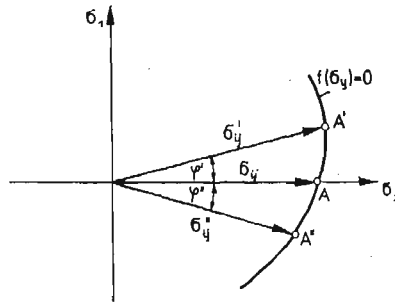


Rys. 1. Próbkki użyte do badań.

swobodę odkształceń próbki, szczególnie w kierunku prostopadłym do jej osi przez co utrudnione jest powstanie odkształceń postaciowych. W takim przypadku w próbce wytwarza się złożony stan naprężenia, którego składowymi w układzie współrzędnych  $x, y$  (rys. 1) są  $\sigma_x^*$ ,  $\sigma_y^*$ ,  $\tau_{xy}^*$ . Naprężenia  $\sigma_x^*$ ,  $\sigma_y^*$ ,  $\tau_{xy}^*$  są uśrednionymi naprężeniami w ośrodku zastępczym otrzymanym w wyniku homogenizacji materiału perforowanego. Tego rodzaju rozciąganie osiowe nazywać będziemy w dalszym ciągu niniejszej pracy niesymetrycznym rozciąganiem osiowym, co oznacza, że kierunek obciążenia nie pokrywa się z kierunkiem osi symetrii układu perforacji. Wystąpienie omówionych wyżej zakłóceń oznacza, że kierunki naprężeń głównych podlegają obrotowi w płaszczyźnie próbki i nie pokrywają się z kierunkami osi  $x, y$ . Wówczas przykładowo przy wyznaczaniu powierzchni plastycznego płynięcia, badany stan naprężenia odpowiada w przestrzeni naprężeń głównych  $\sigma_1, \sigma_2$  punktowi A' lub A'' (rys. 2), a nie jak wynikałoby ze sposobu obciążenia, punktowi A. Wielkość naprężeń stycznych  $\tau_{xy}^*$ , zakłócających osiowy stan naprężenia nie jest znana, a tym samym nie jest znany kąt  $\varphi'$  lub  $\varphi''$ , określający odchylenie wektora naprężeń  $\sigma'_{ij}$  lub  $\sigma''_{ij}$ , w stosunku do wektora  $\sigma_{ij}$  odpowiadającego osiowemu rozciąganiu. Podobna sytuacja ma miejsce również dla innych dróg obciążenia w złożonym stanie naprężenia.

Z tego względu utrudniona jest poprawna interpretacja wyników badań, gdyż faktycznie nie można określić jaki stan naprężenia występuje w badanej próbce.

Celem niniejszej pracy jest ilościowe określenie wartości naprężeń stycznych  $\tau_{xy}^*$  występujących przy osiowym rozciąganiu próbek materiałów perforowanych, gdy kierunek obciążenia nie pokrywa się z osią symetrii układu perforacji oraz określenie błędów popełnionych z tego tytułu przy wyznaczaniu powierzchni plastycznego płynięcia.



Rys. 2.

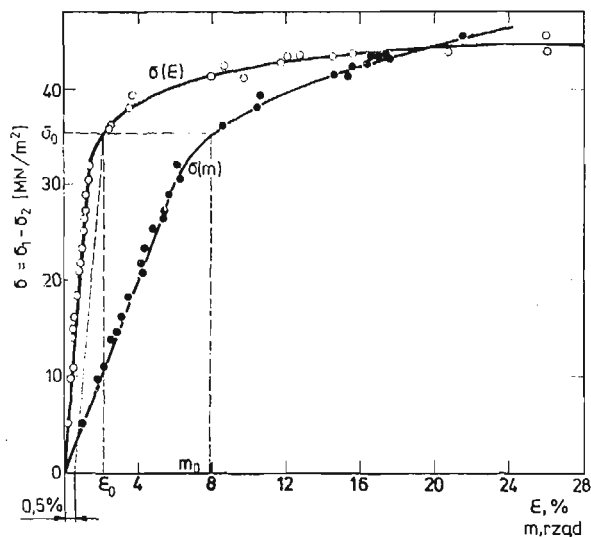
## 2. Metoda badań

Badania omówione w tej pracy przeprowadzone zostały przy zastosowaniu metody fotoplastyczności przedstawionej przez FROCHTA i THOMSONA [8]. Jako materiału do wykonania modeli użyto płyty celuloidowej o grubości 3,9 mm. Badania cechujące materiału nieosłabionego otworami przeprowadzone zostały w sposób opisany w pracach [8, 9]. Krzywą obrazującą zależność odkształceń od naprężeń oraz krzywą zależności efektu optycznego, reprezentowanego przez rząd izochromy, od różnicy naprężeń głównych  $\sigma_1 - \sigma_2$  dla celuloidu użytego do badań przedstawia rys. 3. Krzywe te zostały wykreślone na podstawie przeprowadzonych badań pełzania mechanicznego oraz pełzania optycznego próbek celuloidowych poddanych osiowemu rozciąganiu i odnoszą się one do czasu badania  $t = 300$  minut. Użyty do badań materiał był jednorodny i izotropowy oraz wykazywał przed zerwaniem odkształcenia trwałe rzędu 25%. Całość badań przedstawionych w tej pracy przeprowadzono w jednakowych warunkach termiczno-wilgotnościowych przy czym temperatura wynosiła  $22 \pm 2^\circ$ , a wilgotność względna  $50 \pm 10\%$ . Konieczność taka zaistniała stąd, że własności celuloidu w znacznym stopniu uzależnione są od temperatury i wilgotności otoczenia.

Kształt oraz wymiary użytych do badań próbek materiałów perforowanych przedstawia rys. 1. Środkowa perforowana część stanowiła zasadniczą, to znaczy anizotropową część próbki natomiast dolna i górna część nieosłabiona miały stanowić rodzaj czujnika elastoplastycznego służącego do obserwacji zakłóceń osiowego stanu naprężenia. Badania przeprowadzono dla kwadratowego i trójkątnego układu otworów. Ze względu na przebieg osi symetrii układu otworów największych zakłóceń osiowego stanu naprężenia należy oczekiwać w przypadku, gdy kąt  $\alpha$  zaznaczony na rys. 1 wynosi  $15^\circ$  dla układu trójkątnego oraz  $22,5^\circ$  dla układu kwadratowego. Badania przeprowadzono więc na próbkach, w któ-

rych kierunek obciążenia tworzył takie kąty z osiami symetrii. Współczynnik osłabienia otworami określony stosunkiem  $\mu = h/P$  wynosił dla badanych próbek 0,4, gdyż jak wynika z badań omówionych w pracy [7] materiały perforowane przy tej wartości  $\mu$  wykazują znaczną anizotropię. Przeprowadzono również badania na kilku próbkach z niższym współczynnikiem osłabienia wynoszącym 0,3.

Opisane wyżej próbki poddane zostały osiowo rozciągającej sile, której wartość była tak dobrana, że w części perforowanej mogły rozwinąć się odkształcenia trwałe, natomiast



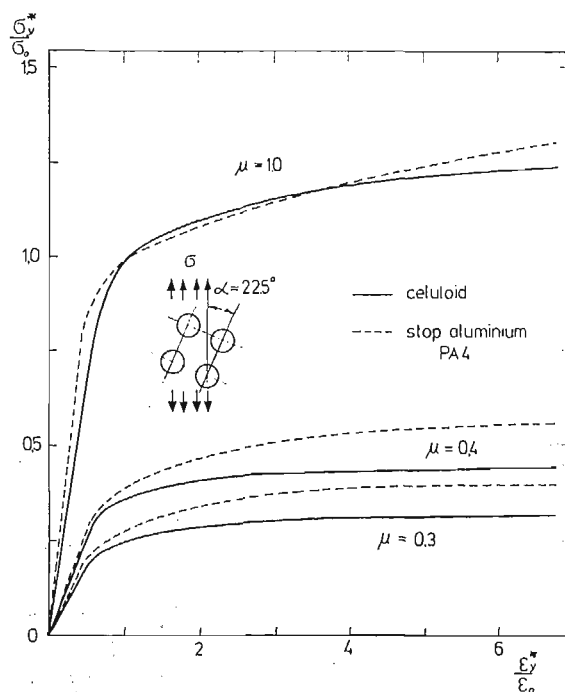
Rys. 3. Krzywa zależności odkształceń od naprężeń oraz krzywa zależności rzędu izochrom od różnicy naprężeń głównych dla czasu badania  $t = 300$  minut.

w nieosłabionej części próbki występowały odkształcenia sprężyste. Siłę rozciągającą realizowano w dźwigniowym układzie obciążającym polaryskopu, przy czym szczęki mocujące próbkę umieszczone były pomiędzy sztywnymi stalowymi prowadnicami umożliwiającymi ruch próbki tylko po kierunku jej osi. Próbka obciążana była w ten sposób, że wielkość siły zwiększano skokowo co 10 minut przez okres 90 minut aż do osiągnięcia przez nią pełnej wartości przewidzianej w danym badaniu. Następnie pozostawiano próbkę pod pełnym obciążeniem przez okres 210 minut. Łączny czas badania wynosił więc 300 minut. W identyczny sposób prowadzone były badania cechujące materiał nieosłabionego. Taki sposób badania wynikał stąd, że po okresie 300 minut od chwili rozpoczęcia obciążenia następowała stabilizacja efektu optycznego, który pozostawał już praktycznie niezmienny pomimo przyrostu odkształceń. Problem ten został przedstawiony w cytowanych już pracach [8, 9]. Po upływie 300 minut rejestrowano globalne odkształcenia perforowanej części próbki  $\varepsilon_y^*$  oraz wykonywano zdjęcia izochrom i izoklin. Przy takim sposobie prowadzenia badań jedna próbka materiału perforowanego dostarczała tylko jednego punktu dla krzywej obrazującej zależność odkształceń podłużnych  $\varepsilon_y^*$  od naprężeń  $\sigma_y^*$ . Odkształcenia podłużne mierzone były za pomocą katetometru o dokładności 0,01 mm. Baza pomiarowa o długości około 35 mm zaznaczona była na perforowanej części próbki cienkimi kreskami naciętymi na mostkach przewiązań pomiędzy otworami.

Dla obliczenia naprężeń występujących w przekrojach przechodzących przez strefy uplastycznione zastosowano metodę fotoplastyczności zaproponowaną przez FROCHTA [8]. Metoda ta polega na takim prowadzeniu eksperymentu, ażeby rząd izochrom w jednoznaczny sposób określał wielkość różnicy naprężeń głównych  $\sigma_1 - \sigma_2$ , natomiast parametr izoklin jednoznacznie określał kierunki naprężeń głównych. Warunki te spełnione są jeżeli zdjęcia izochrom i izoklin w modelu wyciętym z celuloidu wykonuje się po czasie 300 minut od chwili rozpoczęcia obciążenia. Obliczenie naprężeń wzdłuż dowolnie wbranych prostoliniowych przekrojów można wówczas przeprowadzić metodą różnicy naprężeń stycznych powszechnie stosowaną w elastooptyce.

### 3. Wyniki badań

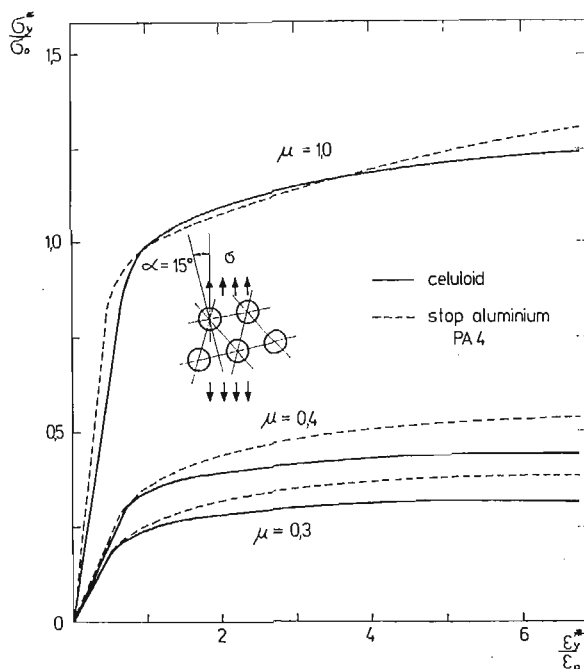
3.1. Krzywe rozciągania. Krzywe zależności odkształceń podłużnych  $\varepsilon_y^*$  od naprężeń podłużnych  $\sigma_y^*$  dla próbek perforowanych otrzymane w sposób omówiony w punkcie 2 przedstawione zostały w bezwymiarowym układzie współrzędnych  $\sigma_y^*/\sigma_0$ ,  $\varepsilon_y^*/\varepsilon_0$  na rys. 4 i 5. Wielkości  $\sigma_y^*$  i  $\varepsilon_y^*$  oznaczają naprężenie i odkształcenie w materiale perforowanym,



Rys. 4. Krzywe zależności odkształceń od naprężeń dla próbek o kwadratowym układzie otworów.

traktowanym jako ośrodek jednorodny,  $\sigma_0$  oznacza granicę plastyczności materiału bez perforacji ( $\mu = 1,0$ ), a  $\varepsilon_0$  oznacza odkształcenie odpowiadające wartości  $\sigma_0$ . Wartość umownej granicy plastyczności  $\sigma_0^*$  dla materiałów perforowanych podobnie jak dla materiału bez perforacji wyznaczano jako naprężenie  $\sigma_y^*$  odpowiadające odkształceniom

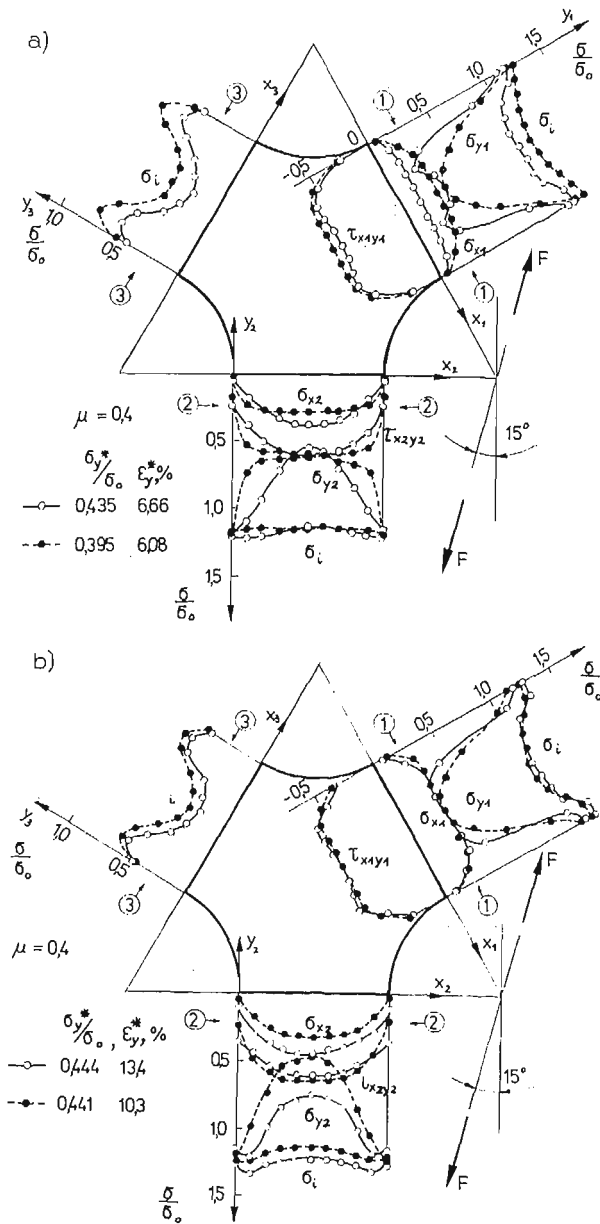
trwałym  $\epsilon_y^* = 0,5\%$ . Uśrednione naprężenia  $\sigma_y^*$  w materiale perforowanym obliczano z zależności  $\sigma_y^* = F/A_0$ , gdzie  $F$  jest osiową siłą przyłożoną do próbki, a  $A_0$  jest początkowym przekrojem próbki bez potrącenia powierzchni otworów. Na rys. 4 i 5 przedstawiono porównanie krzywych rozciągania dla próbek perforowanych z kwadratowym i trójkątnym układem otworów przy  $\mu = 0,3, 0,4$  i  $1,0$  dla dwóch różnych materiałów a mianowicie



Rys. 5. Krzywe zależności odkształceń od naprężeń dla próbek o trójkątnym układzie otworów.

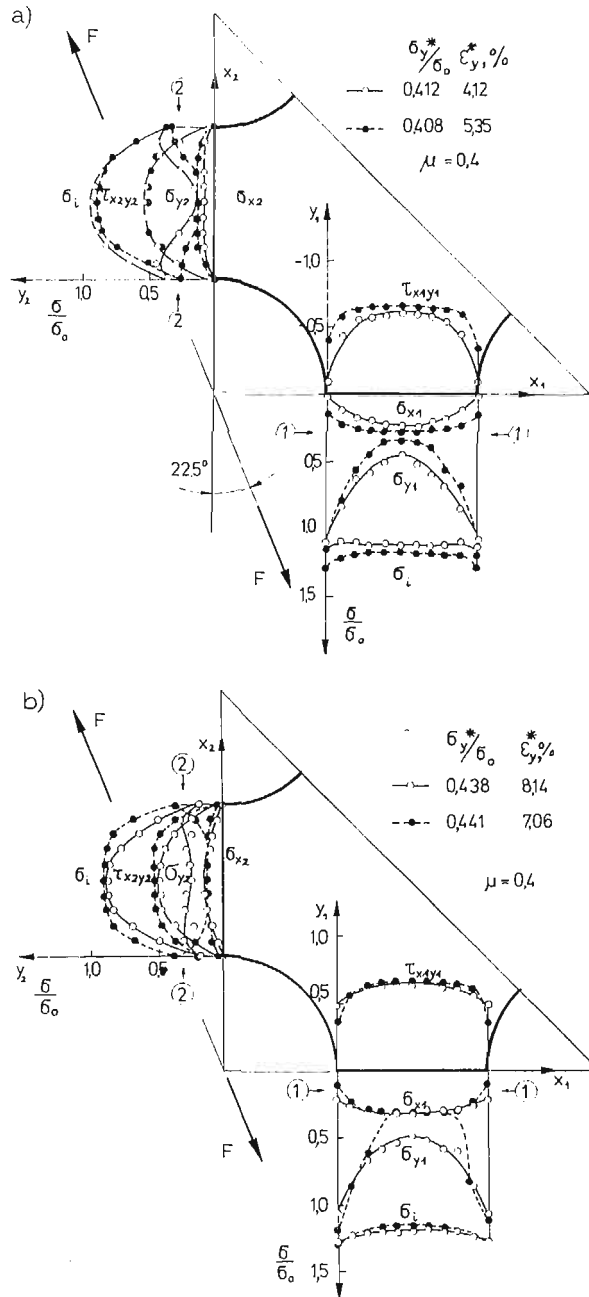
celuloиду użytego w badaniach omawianych w tej pracy i stopu aluminium PA4, z którego wykonywane były próbki w badaniach przedstawionych w pracy [5]. Z rys. 4 i 5 widać, że krzywe dla tych dwóch materiałów wykazują podobieństwo, co oznacza, że spełniony jest jeden z warunków podobieństwa modelowego w fotoplastyczności. Z prac [10, 11] wynika, że przy podobieństwie krzywych rozciągania istnieje możliwość przeniesienia wyników badań otrzymanych metodą fotoplastyczności na elementy geometrycznie podobne, wykonane z innych materiałów.

**3.2. Naprężenia.** Na podstawie zarejestrowanych zdjęć izochrom i izoklin obliczone zostały dla badanych próbek naprężenia styczne oraz normalne w przekrojach ograniczających trójkątne lub kwadratowe ogniwa struktury próbek. Wykresy bezwymiarowych naprężeń  $\sigma_{xn}/\sigma_0$ ,  $\sigma_{yn}/\sigma_0$ ,  $\tau_{xny}/\sigma_0$ , gdzie  $\sigma_0$  jest granicą plastyczności celuloиду, przedstawione zostały na rys. 6 i 7. Naprężenia wyznaczono w charakterystycznych przekrojach struktury materiału oznaczonych numerami  $n = 1, 2, 3$  dla trójkątnego układu otworów i  $n = 1, 2$  dla kwadratowego układu otworów. Jak widać z wykresów intensywności naprężeń  $\sigma_i$ , pokazanych na rys. 6 i 7, uplastycznienie materiału następuje w przekrojach 1 i 2 w przypadku trójkątnego układu otworów oraz w przekroju 1 w przypadku kwadrato-



Rys. 6. Wykresy naprężeń dla trójkątnego układu otworów.

wego układu otworów. Szczególnie niskie wartości naprężeń występowały w przekroju 3 przy trójkątnej siatce otworów, w związku z czym dla zachowania czytelności rys. 6 przedstawiono tam dla przekroju 3 tylko wykresy intensywności naprężeń  $\sigma_i$  a pominięto wykresy składowych  $\sigma_{x3}$ ,  $\sigma_{y3}$ ,  $\tau_{x3y3}$ . Dla wartości naprężeń przedstawionych na rys. 6 i 7 sprawdzono warunki równowagi dla ogniw struktury materiału, ograniczonych przekrojani, w których obliczone zostały naprężenia. Błędy tego sprawdzenia tylko sporadycznie

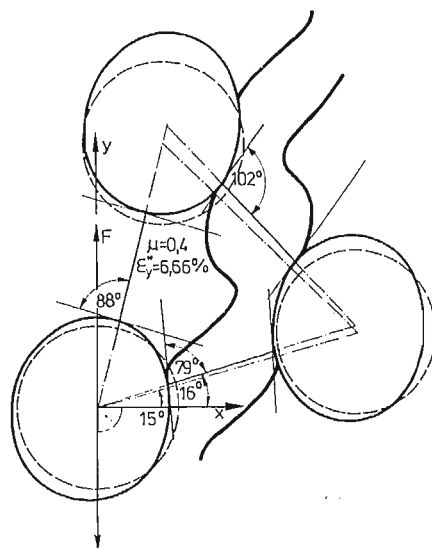


Rys. 7. Wykresy naprężeń dla kwadratowego układu otworów.

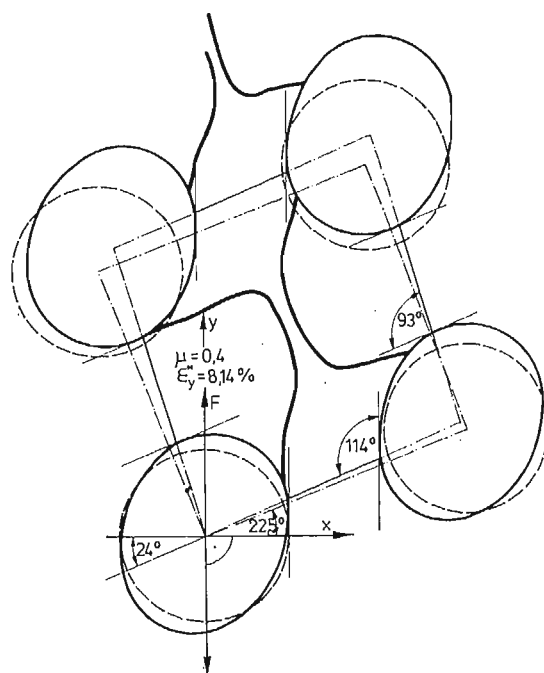
przekroczyły 10%. Rysunki przedstawiające wartości naprężeń zostały sporządzone przez odniesienie wykresów naprężeń do nieodkształconej siatki struktury próbki. Obliczenia naprężeń przeprowadzono natomiast dla odkształconej siatki otworów, wytyczając przekroje na podstawie położenia środków otworów po deformacji. W takiej sytuacji przekroje



nie tworzyły kątów prostych ze stycznymi do krawędzi otworów, stąd naprężenia styczne na krawędziach otworów w przyjętym układzie  $x_n, y_n$ , gdzie  $n$  oznacza numer przekroju, z reguły nie były równe zero. Porównanie siatki otworów przed przyłożeniem obciążenia oraz po odkształceniu przedstawiają rys. 8 i 9. Na rysunkach tych naniesione zostały



Rys. 8. Trójkątna siatka otworów przed i po odkształceniu.



Rys. 9. Kwadratowa siatka otworów przed i po odkształceniu.

również granice obszarów uplastycznionych, wyznaczone z przebiegu izochrom przy założeniu, że uplastycznienie materiału następuje zgodnie z warunkiem plastyczności Treski. Rząd izochrom  $m_0$ , odpowiadający początkowi uplastycznienia, wyznaczony został z rys. 3 dla umownej granicy plastyczności określonej naprężeniem, przy którym odkształcenia trwałe wynoszą 0,5%.

**3.3. Zakłócenia osiowego stanu naprężenia** W punkcie 2 niniejszej pracy wspomniano, że nieosłabione części próbek przedstawionych na rys. 1 miały stanowić rodzaj czujnika elastooptycznego służącego do obserwacji zakłóceń osiowego stanu naprężenia. Część nieosłabiona na skutek oddziaływania części perforowanej, w której powstawały odkształcenia postaciowe w płaszczyźnie próbki, podlegała zginaniu, przez co stan naprężenia w tej części był superpozycją osiowego rozciągania i zginania. Wartości naprężeń wywołane zginaniem były jednakże zbyt małe, ażeby można było w ten sposób ilościowo określić w jakim stopniu faktyczny stan naprężenia w próbce odbiega od osiowego rozciągania. Nie powiódł się również pomiar zakłóceń oparty na pomiarze zmiany parametru izoklin w części nieosłabionej, wywołanej obrotem kierunków naprężeń głównych. Podczas badań można było zaobserwować obrót kierunków głównych o kąt rzędu  $\pi/60 - \pi/30$  w stosunku do podłużnej osi próbki, co wskazywało na istnienie w układzie współrzędnych  $x, y$  naprężeń stycznych  $\tau_{xy}^*$  zakłócających osiowe rozciąganie. Dokładność takiego pomiaru była jednak zbyt mała dla wyciągnięcia wniosków ilościowych odnośnie zakłóceń stanu naprężenia. W trakcie badań przeprowadzono szereg prób, mających na celu dobranie najodpowiedniejszego kształtu próbki do pomiaru zakłóceń osiowego rozciągania. W trakcie tych poszukiwań przeprowadzono również badania kilku próbek długich, których kształt pokazany został na rys. 10. Na rysunku tym przedstawiono również kształt tych próbek po ich obciążeniu. Kontur próbki po wymontowaniu z układu obciążającego był inwentaryzowany przy użyciu komparatora Abbego. Próbki te rozciągane były w ten sposób, że szczęki mocujące umieszczone były pomiędzy dwoma sztywnymi prowadnicami, uniemożliwiającymi ich przesunięcie poziome. Stan odkształcenia próbek przedstawionych na rys. 10 jest dość złożony, gdyż po przyłożeniu siły osiowej w perforowanej części próbki powinny się pojawić odkształcenia postaciowe, powodujące przesunięcie górnego przekroju tej części względem dolnego. Z uwagi na umieszczenie szczęk mocujących próbkę pomiędzy sztywnymi prowadnicami przesunięcie to może się realizować tylko poprzez sprężyste odkształcenie części nieosłabionej, która w rezultacie poddana jest nie tylko osiowemu rozciąganiu lecz również zginaniu. Po odciążeniu próbek zniknęły odkształcenia sprężyste, natomiast pozostały trwałe odkształcenia części perforowanej, która przybierała kształt pokazany na rys. 10. Pewien niewielki udział w przesunięciu poziomym górnego przekroju próbki względem dolnego miały również nieuniknione luzy pomiędzy szczękami a prowadnicami. Wielkość tych luzów nie przekraczała jednak kilku dziesiątych części milimetra. Charakter odkształcenia trwałego próbek krótkich, których kształt pokazany został na rys. 1 był analogiczny z tym tylko, że zniknęła w nich część środkowa w kształcie litery S, a pozostały jedynie skośne odcinki przylegające do części nieosłabionych.

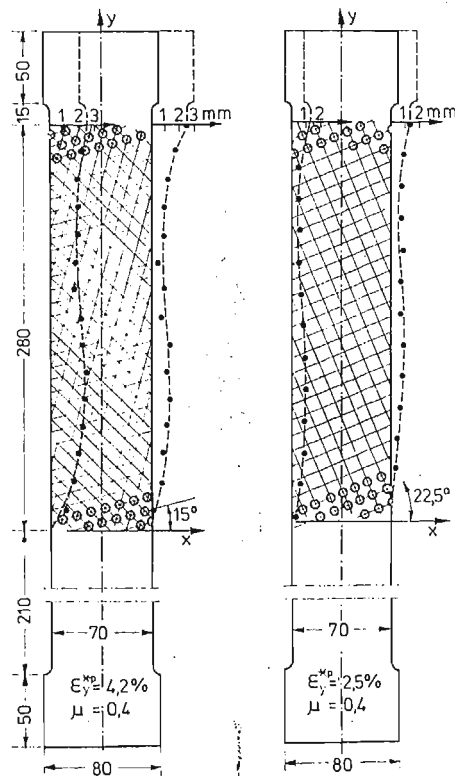
Obliczone w poszczególnych przekrojach naprężenia styczne  $\tau_{xny}$  oraz naprężenia  $\sigma_{yn}$ , których wykresy przedstawiają rys. 6 i 7, posłużyły do obliczenia średnich naprężeń stycznych  $\tau_{xny}^*$  oraz średnich naprężeń normalnych  $\sigma_{yn}^*$  działających w zastępczym ośrodku

jednorodnym na odcinku jednego skoku siatki otworów. Naprężenia te obliczono z zależności

$$(1) \quad \sigma_{yn}^* = \frac{1}{P^*} \int_0^{h^*} \sigma_{yn} dx_n,$$

$$\tau_{xnyn}^* = \frac{1}{P^*} \int_0^{h^*} \tau_{xnyn} dx_n,$$

w przekrojach  $n = 1, 2, 3$  dla trójkątnego układu otworów i  $n = 1, 2$  dla kwadratowego układu otworów. W zależności (1)  $h^*$  oznacza szerokość przekroju po odkształceniu,

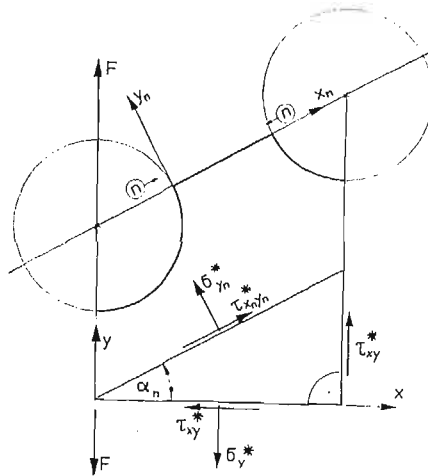


Rys. 10. Kształt próbek po odcięciu.

natomiast  $P^*$  jest skokiem odkształconej siatki otworów. Wielkości  $h^*$  i  $P^*$  mierzone były bezpośrednio ze zdjęć izochrom i izoklin. Obliczając w ten sposób naprężenia średnie materiał perforowany został potraktowany jako ośrodek ciągły jednorodny, w którym w kilku przekrojach  $n$  wyznaczone zostały dwie składowe stanu naprężenia  $\sigma_{yn}^*$  i  $\tau_{xnyn}^*$ . Obliczone z wzorów (1) wartości naprężeń średnich umożliwiły wyznaczenie składowych naprężeń odniesionych do układu współrzędnych  $x, y$  zorientowanego jak pokazano na rys. 1 i 11. Posłużono się tutaj zależnościami

$$(2) \quad \begin{aligned} |\tau_{xy}^*| &= \sigma_{yn}^* \operatorname{tg} \alpha_n - \tau_{xnyn}^*, \\ \sigma_y^* &= \sigma_{yn}^* + (\tau_{xnyn}^* + \tau_{xy}^*) \operatorname{tg} \alpha_n, \end{aligned}$$

wyprowadzonymi przy założeniu że naprężenie  $\sigma_x^*$  w ośrodku zastępczym jest równe zero. Znak naprężeń stycznych  $\tau_{xy}^*$  ustalony był odpowiednio, przyjmując za dodatnie zwroty



Rys. 11. Naprężenia w zastępczym ośrodku.

pokazane na rys. 11. W omawianym przypadku przy obliczaniu naprężeń  $\sigma_y^*$  i  $\tau_{xy}^*$  odniesionych do układu współrzędnych  $x, y$  nie można było wprost zastosować prawa transformacji współrzędnych tensora naprężeń, gdyż brak było wartości  $\sigma_{xn}^*$  dla poszczególnych przekrojów  $n$ .

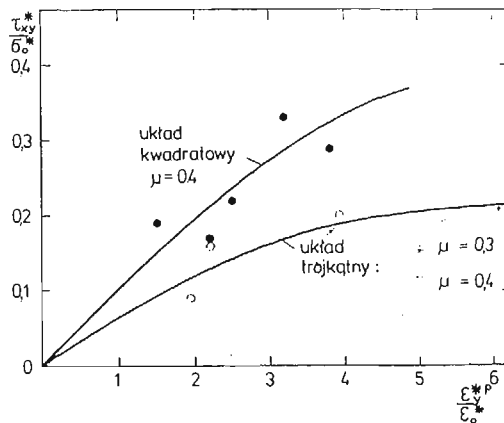
#### 4. Analiza wyników

Na podstawie rys. 6 i 7, z których każdy przedstawia wykresy naprężeń dla dwóch różnych próbek, poddanych obciążeniu wywołującemu w części perforowanej zbliżone wartości odkształceń  $\varepsilon_y^*$  można stwierdzić, że powtarzalność wyników uzyskanych metodą fotoplastyczności jest dość dobra. Wykresy naprężeń pokazane na rys. 6 i 7 sporządzono w bezwymiarowej skali  $\sigma/\sigma_0$  gdzie  $\sigma_0$  jest granicą plastyczności dla materiału, z którego wykonane są próbki, w tym przypadku celuloidu. Obliczone w ten sposób bezwymiarowe wartości naprężeń, jak wykazane zostało w pracach [10, 11], mogą być przeniesione na geometrycznie podobne modele wykonane ze stopu aluminium PA4 lub innego metalu o podobnej krzywej rozciągania.

Z zależności (2) obliczono naprężenia  $\tau_{xy}^*$  i  $\sigma_y^*$  podstawiając kolejno wartości naprężeń  $\tau_{xnyn}^*$  i  $\sigma_{yn}^*$  wyznaczone dla poszczególnych przekrojów  $n$ , a następnie obliczono średnie arytmetyczne. Zestawienie średnich wartości  $\sigma_y^*$  i  $\tau_{xy}^*$  zamieszczono w tablicy I, a na rys. 12 przedstawiono zależności  $\tau_{xy}^*/\sigma_0^*$  od  $\varepsilon_y^p/\varepsilon_0^*$ .  $\sigma_0^*$  oznacza tutaj granicę plastyczności materiału zastępczego, a  $\varepsilon_0^*$  jest wartością odkształcenia podłużnego materiału zastępczego, która odpowiada naprężeniu  $\sigma_0^*$ . W tablicy I podane zostały również dla poszczególnych próbek

Tablica I. Zestawienie naprężeń

Układ otworów	$\mu$	$\sigma_y^* = \frac{F}{A_0}$ [ $\frac{MN}{m^2}$ ]	$\varepsilon_y^*$ %	Naprężenie w materiale zastępczym [ $\frac{MN}{m^2}$ ]		
				$\sigma_y^*$	$\tau_{xy}^*$	$\sigma_t^*$
Trójkątny	0,4	13,7	6,08	14,1	1,2	14,2
		15,1	6,66	14,8	2,0	15,2
		15,3	10,3	15,8	2,6	16,4
		15,4	13,4	16,3	2,5	16,9
	0,3	9,8	8,74	11,4	1,5	11,7
		11,6	12,9	11,6	1,8	12,0
Kwadratowy	0,4	14,2	4,12	12,4	2,4	13,1
		14,2	5,35	14,7	2,2	15,2
		15,2	5,88	14,7	2,9	15,5
		15,3	7,06	12,6	4,2	14,6
	15,2	8,14	13,4	3,7	14,9	
		0,3	10,9	7,89	10,9	1,1



Rys. 12. Zależność naprężeń stycznych od wielkości odkształceń trwałych.

intensywności naprężeń  $\sigma_t^*$  w zastępczym ośrodku, obliczone na podstawie naprężeń  $\sigma_y^*$  i  $\tau_{xy}^*$ . Wyznaczone w ten sposób wartości  $\sigma_t^*$  wykazują dość dobrą zgodność z wartością naprężenia  $\sigma_y^* = F/A_0$ , gdzie  $F$  jest siłą rozciągającą, a  $A_0$  jest przekrojem początkowym próbki bez potrącenia powierzchni otworów. W jednym tylko przypadku dla próbki z trójkątnym układem otworów przy  $\mu = 0,3$  i  $\varepsilon_y = 8,74\%$  błąd wynosił  $+18\%$ . Tak duża rozbieżność spowodowana została małą zmianą warunków termiczno-wilgotnościowych, jaka nastąpiła podczas trwającego kilka godzin badania tej próbki. Dla pozostałych próbek rozbieżności wahały się w granicach kilku procent. Z zestawienia naprężeń podanego w tablicy I oraz rys. 12 wynika, że w części perforowanej oprócz naprężeń normalnych  $\sigma_y^*$  występują również naprężenia styczne  $\tau_{xy}^*$ , których zwrot jest zgodny z odkształceniem

postaciowym tej części próbki. Dokładność obliczenia wartości naprężeń stycznych nie jest duża, gdyż szacunkowa analiza błędów wykazała, że błędy wartości uśrednionych naprężeń stycznych,  $\tau_{xy}^*$  mogą dochodzić do 50%. Przeprowadzone obliczenia, mimo iż dają tylko pogląd odnośnie rzędu wartości  $\tau_{xy}^*$ , umożliwiają sprecyzowanie pewnych wniosków. Mianowicie można stwierdzić, że wartość naprężeń stycznych dla próbek o kwadratowym układzie perforacji jest wyraźnie większa niż dla układu trójkątnego. Ponadto wartości naprężeń stycznych  $\tau_{xy}^*$  w części perforowanej wzrastają wraz ze wzrostem podłużnych odkształceń trwałych. Podobną tendencję stwierdzono również przy obserwacji zakłóceń osiowego stanu naprężenia w czujniku elastoptycznym, jakim były nieosłabione części próbki. Biorąc to pod uwagę można oczekiwać, że przy małych odkształceniach trwałych zakłócenia osiowego stanu naprężenia będą niewielkie, w związku z czym błąd popełniony z tego tytułu przy określaniu granicy plastyczności, względnie powierzchni plastycznego płynięcia, jest niewielki. Wynika to stąd, że w badaniach przedstawionych w pracach [5, 6, 7] granice plastyczności wyznaczone były dla odkształceń trwałych 0,2% dla stopu aluminium PA4 i 0,1% dla stali miękkiej. W takim przypadku wartość  $\varepsilon_y^{*p}/\varepsilon_0^*$  odpowiadająca granicy plastyczności materiału zastępczego nie przekraczała 0,5 co odpowiada na rys. 12 względnej wartości naprężeń stycznych  $\tau_{xy}^*/\sigma_0^* = 0,06$  dla kwadratowego układu otworów i 0,04 dla trójkątnego układu otworów. Oznacza to, że kąt obrotu kierunków naprężeń głównych względem osi  $x$  nie przekracza  $\pi/60$  radianów, a stosunek naprężeń głównych  $\sigma_2/\sigma_1$  jest mniejszy niż 0,007. Można więc przyjąć, że taki stan naprężenia jest bardzo zbliżony do stanu jednoosiowego. Otrzymanych tutaj wyników oszacowania zakłóceń nie można przenieść na przypadek innej drogi obciążenia w złożonym stanie naprężenia, można jednak wnioskować, że w przypadku obciążeń złożonych błędy będą również pomijalnie małe.

## 5. Wnioski

Przedstawione w tej pracy badania umożliwiły znalezienie rozkładów naprężeń w charakterystycznych przekrojach struktury materiału perforowanego i oszacowanie rozmiarów zakłóceń osiowego stanu naprężenia przy niesymetrycznym rozciąganiu materiału perforowanego. Stwierdzono, że zakłócenia te są dostrzegalne dopiero przy odkształceniach podłużnych próbki materiału perforowanego rzędu kilku procent i są większe w przypadku materiału z kwadratowym układem otworów niż dla układu trójkątnego. Z badań wynika, że zakłócenia stanu naprężenia w początkowej fazie uplastycznienia są niewielkie w związku z czym błąd popełniony z tego tytułu przy wyznaczaniu początkowej powierzchni plastyczności jest pomijalnie mały. W dalszym etapie uplastycznienia materiału nie można jednak pomijać zakłóceń stanu naprężenia.

## Literatura cytowana w tekście

1. W. J. O'DONNELL, B. F. LANGER, *Design of Perforated Plates*, Trans. ASME, Journal of Engineering for Industry, 3, 84 (1962), 307 - 320.
2. T. SLOT, W. J. O'DONNELL, *Effective Elastic Constants for Thick Perforated Plates With Square and Triangular Penetration Patterns*, Trans. ASME, Journal of Engineering for Industry, 4, 93, (1971), 935 - 942.

3. W. J. O'DONNELL, J. POROWSKI, *Yield Surfaces for Perforated Materials*, Trans. ASME, Journal of Applied Mechanics, 1, 40, (1973), 263 - 270.
4. J. POROWSKI, W. J. O'DONNELL, *Plastic Strength of Perforated Plates With Square Penetration Patterns*, Trans. ASME, Journal of Pressure Vessel Technology, 3, 97, (1975), 146 - 154.
5. A. LITEWKA, E. ROGALSKA, *Badania plastyczności materialu perforowanego przy osiowym rozciąganiu*, VIII Sympozjum Doświadczalnych Badań w Mechanice Ciała Stałego, Warszawa, 1978 179 - 190.
6. A. LITEWKA, A. SAWCZUK, *On a Continuum Approach to Plastic Anisotropy of Perforated Materials*, Kolokwium Euromech 115, Villard-de-Lans, Francja, 1979.
7. A. LITEWKA, E. ROGALSKA, *Plastic flow of the perforated materials with square penetration pattern*, 5th International Conference SMIRT, Berlin 1979, L12/9.
8. M. M. ФРОНТ, R. A. ТНОМСОН, *Studies in Photoplasticity*, Archiwum Mechaniki Stosowanej, 2, 11, (1959), 157 - 171.
9. A. LITEWKA, *Polaryzacyjno-optyczna metoda wyznaczania składowych płaskiego stanu naprężenia w obszarze plastycznym*, Rozprawy Inżynierskie, 4, 17, (1969), 693 - 704.
10. A. LITEWKA, *Modelowanie płaskich sprężysto-plastycznych zagadnień metodą fotoplastyczności*, Mechanika Teoretyczna i Stosowana, 1, 8, (1970), 19 - 26.
11. В. П. Нетребко, В. Д. Копитов, *К вопросу о моделировании напряженно-деформированного состояния при упруго-пластических поляризационно-оптическим методом*, Вестник Московского университета, Математика, механика, 3 (1970), 93 - 98.

## Р е з ю м е

НАПРЯЖЕННОЕ СОСТОЯНИЕ ДЛЯ НЕСИММЕТРИЧНОГО ОДНООСНОГО  
РАСТЯЖЕНИЯ ПЕРФОРИРОВАННЫХ МАТЕРИАЛОВ

В работе представляется определение напряженного состояния в образцах из анизотропного материала нагруженного в пластической области в направлении, которое не совпадает с направлениями симметрии структуры материала. Анизотропный материал был моделирован перфорированным материалом с регулярным трехугольным и квадратным расложением отверстий. Из испытаний получились напряжения в характерных разрезах структуры материала. Полученные напряжения гомогенизировались в области одного шага структуры материала и определялась величина отклонения от одноосного напряженного состояния.

## S u m m a r y

## STRESS STATE FOR OFF-AXIS TENSION OF THE PERFORATED MATERIALS

The aim of the paper is to determine elastoplastic stress state in the specimens of anisotropic materials loaded in the direction which does not coincide with the symmetry axes of the material structure. The anisotropic material was modelled by means of the perforated materials with regular triangular and square penetration patterns. The tests enabled determining the stress distributions in characteristic sections of the material structure. The stress determined were homogenized along the pitch of the hole pattern and the stresses disturbances of the uniaxial stress state for off-axis tension of the specimens were estimated.

Praca została złożona w Redakcji dnia 19 lutego 1979 roku.