

ANALIZA NOŚNOŚCI GRANICZNEJ ROZCIĄGANEGO PASMA Z OTWORAMI

JÓZEF MIASTKOWSKI, WOJCIECH SZCZEPIŃSKI (WARSZAWA)

1. Wprowadzenie

W ostatnich latach ukazało się wiele prac poświęconych analizie nośności granicznej elementów o złożonych kształtach opartej na założeniach teorii plastyczności. Analiza taka ma duże znaczenie praktyczne, ponieważ stosowane metale konstrukcyjne mają zwykle dobre własności plastyczne i zniszczenie powstaje w nich dopiero po rozwinięciu się dużych odkształceń plastycznych.

Teoretyczne obliczenie nośności granicznej możliwe jest przy założeniu, że materiał pręta nie wykazuje wzmocnienia. Jeżeli w warunku plastyczności przyjmujemy, że granica plastyczności ciała idealnie plastycznego pokrywa się z granicą plastyczności rzeczywistego materiału, to jako nośność graniczną otrzymamy wielkość siły uplastycznienia P_{pl} . Wyznaczenie siły P_{pl} ma dla konstruktora zasadnicze znaczenie z tych względów, że przy obciążeniu $P = P_{pl}$ pręt doznaje odkształceń i praktycznie traci swoją wartość użytkową zwłaszcza w konstrukcjach maszynowych. Z tych też względów zapas pewności powinno się odnosić do siły uplastycznienia P_{pl} .

Dla płaskich prętów osłabionych obustronnie korbami, teoretyczna nośność graniczna może być wyznaczona dla płaskiego stanu odkształcenia lub dla płaskiego stanu naprężenia.

Kompletne rozwiązanie dla płaskiego stanu odkształcenia jest możliwe tylko dla takich przypadków, w których pola linii poślizgów leżą całkowicie wewnątrz konturu pręta. Jeżeli jednak szerokość pręta nad korbem jest zbyt mała w stosunku do wymiaru osłabionego wycięciem, kompletne rozwiązanie jest nadal nieznane. Możliwe jest jedynie określenie górnej i dolnej oceny nośności granicznej.

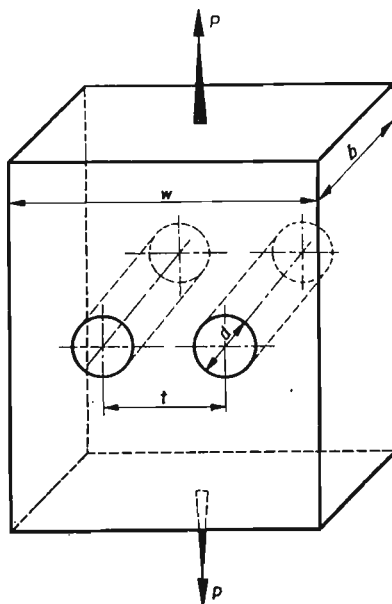
W chwili obecnej teoria nie jest w stanie dać odpowiedzi jaka będzie nośność graniczna elementów o pośrednich grubościach spotykanych często w rzeczywistych konstrukcjach. Teoretyczną analizę tego zagadnienia w oparciu o graniczne twierdzenia teorii plastyczności można znaleźć w pracy [2]. Polega ona na doborze odpowiednich pól kinematycznie lub statycznie dopuszczalnych i jest w stanie dostarczyć jedynie przybliżoną wartość grubości elementu, niezbędnej dla powstania w nim stanu zbliżonego do płaskiego stanu odkształcenia. Bardziej pewne informacje dotyczące nośności granicznej prętów osłabionych wycięciami mogą być uzyskane jedynie w sposób doświadczalny [3—10].

Obszerny przegląd prac dotyczących nośności granicznej rozciąganych elementów z karkbem został podany w pracy [11].

Wykorzystując pewne rozwiązania otrzymane dla prętów osłabionych wycięciami okrągłymi oraz na podstawie analizy różnych kinematycznie dopuszczalnych mechanizmów plastycznego zniszczenia w poniższej pracy zajęto się analizą nośności granicznej pasma z otworami.

2. Nośność graniczna pasma z dwoma otworami

2.1. Analiza teoretyczna. Rozpatrzmy początkowo przypadek rozciąganego pasma osłabionego dwoma otworami pokazanego na rys. 2.1.



Rys. 2.1

Granica plastyczności jest tu zależna od trzech niezależnych parametrów

$$0 \leq \left(\mu = \frac{d}{(t-d)} \right) \leq \infty,$$

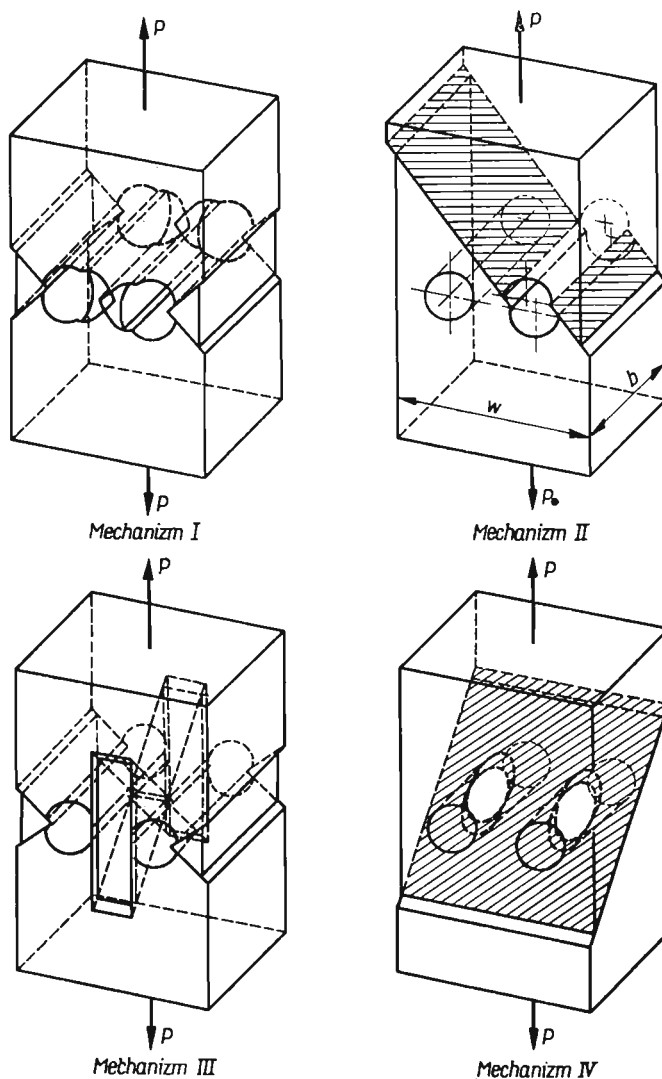
$$1 + 2\mu \leq \left(\kappa = \frac{w}{t-d} \right) \leq \infty,$$

$$0 \leq \left(\lambda = \frac{b}{t-d} \right) \leq \infty.$$

Dla określenia nośności granicznej pasma poddano analizie cztery różne, kinematycznie dopuszczalne, mechanizmy plastycznego zniszczenia pokazane na rys. 2.2.

Wszystkie wzory na górną ocenę nośności granicznej f_g określone zostały przy założeniu warunku plastyczności Treski.

Mechanizm I przedstawia rozwiązania metodą linii poślizgów [13] z uwzględnieniem płynięcia w pasach na zewnątrz od otworów. Wykorzystując rozwiązania w płaskim stanie odkształcenia dla określenia współczynnika wzmocnienia $f^{I'}$ w prętach osłabio-



Rys. 2.2

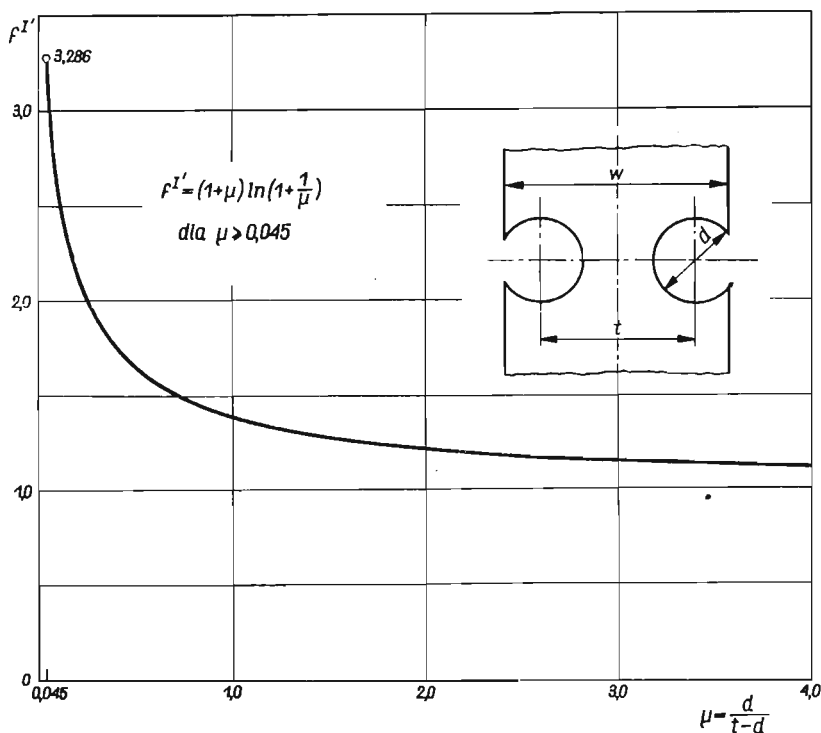
nych wycięciami okrągłymi, można określić górną ocenę nośności granicznej dla pasma z dwoma otworami w postaci wzoru

$$(2.1) \quad f_g^I = \frac{1}{\kappa - 2\mu} (f^{I'} - 1) + 1 \quad \text{dla} \quad \begin{matrix} 0,045 \leq \mu \leq \infty \\ 1 + 2\mu \leq \kappa \leq \infty \end{matrix}$$

gdzie

$$(2.2) \quad f^{I'} = (1+\mu) \ln \left(1 + \frac{1}{\mu} \right).$$

Wykres zależności $f^{I'}$ w funkcji μ podano na rysunku 2.3.



Rys. 2.3

Mechanizm II [14] jest prostym ścinaniem wzdłuż zakreskowanej płaszczyzny pokazanej na rys. 2.2. Optymalną wartość górnej oceny granicy plastyczności otrzymujemy dla płaszczyzny przekroju tworzącej z osią pręta kąt 45° i załamanej w otworze, jak to pokazano na rys. 2.2. Dla tego sposobu zniszczenia, wzór na górną ocenę współczynnika obciążenia przyjmuje postać

$$(2.3) \quad f_g^{II} = \frac{\kappa - \mu}{\kappa - 2\mu}.$$

Mechanizm III [2] pokazany na rysunku 2.2 polega na tworzeniu się czterech sztywnych kostek utworzonych przez płaszczyzny poprowadzone pod kątem 45° do osi pręta oraz przez dwie płaszczyzny równoległe do osi pręta przechodzące między otworami. Dla tego sposobu zniszczenia, górną ocenę f określamy ze wzoru

$$(2.4) \quad f_g^{III} = 1 + \frac{\lambda}{2\sqrt{2}(\kappa - 2\mu)}.$$

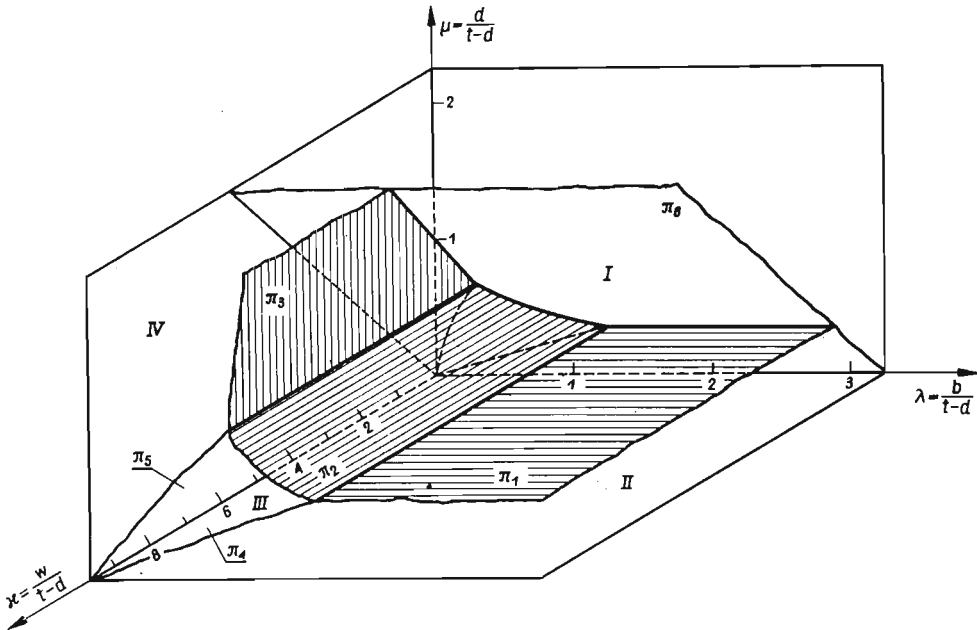
Mechanizm *IV* przedstawia prosty przekrój wzdłuż płaszczyzny zakreskowanej, tworzącej kąt 45° z osią pręta. Płaszczyzna przekroju jest pokazana na rys. 2.2. W zależności od szerokości pasma, wyrażonej przez stosunek λ/μ , rozróżnia się dwa przypadki, dla których wzory na współczynnik obciążenia przyjmują odpowiednie formy

$$(2.5) \quad f_g^{IVa} = \frac{\kappa\lambda - \pi/2\mu^2}{\lambda(\kappa - 2\mu)} \quad \text{dla} \quad \lambda \geq \mu$$

oraz

$$(2.6) \quad f_g^{IVb} = \frac{\lambda(\kappa - \sqrt{\mu^2 - \lambda^2}) - \mu^2 \arcsin \lambda/\mu}{\lambda(\kappa - 2\mu)} \quad \text{dla} \quad \lambda \leq \mu.$$

Na rysunku 2.4 pokazano w przestrzeni κ, μ, λ obszary, w których poszczególne mechanizmy plastycznego zniszczenia z rys. 2.2 dają najmniejszą ocenę współczynnika obciążenia. Każdy obszar jest oznaczony numerem odpowiadającym oznaczeniom mechanizmów zniszczenia z rys. 2.2.



Rys. 2.4

Płaszczyzna π_1 oddziela obszary *I* i *II*. Jest ona równoległa do płaszczyzny κ, λ i określona równaniem

$$(2.7) \quad \mu - 0,58 = 0.$$

Przez π_2 oznaczono powierzchnię oddzielającą obszary *I* i *III*. Równanie jej można przedstawić w formie

$$(2.8) \quad (1 + \mu) \ln \left(1 + \frac{1}{\mu} \right) - \frac{1}{2\sqrt{2}} \lambda - 1 = 0.$$

Powierzchnię między obszarami *I* i *IV* określono jako π_3 o równaniu

$$(2.9) \quad (1+\mu) \ln \left(1 + \frac{1}{\mu} \right) - 2\mu + \sqrt{\mu^2 - \lambda^2} + \frac{\mu^2}{\lambda} \arcsin \frac{\lambda}{\mu} - 1 = 0.$$

Dla powierzchni π_4 dzielącej obszary *II* i *III* równanie ma postać

$$(2.10) \quad 2\sqrt{2}\mu - \lambda = 0.$$

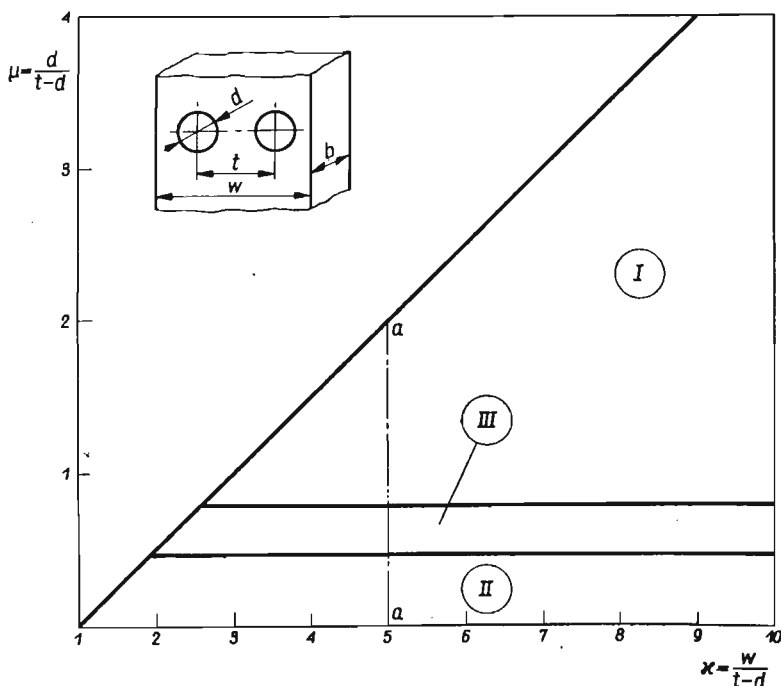
Wreszcie powierzchnia π_5 rozdzielająca obszary *III* i *IV* określona jest przez równanie

$$(2.11) \quad \lambda \sqrt{\mu^2 - \lambda^2} + \mu^2 \arcsin \frac{\lambda}{\mu} - 2\mu\lambda + \frac{\lambda^2}{2\sqrt{2}} = 0.$$

Jeżeli chodzi o płaszczyznę π_6 , to jej położenie wynika z zależności

$$(2.12) \quad \kappa - 2\mu - 1 = 0.$$

Ponieważ we wzorach (2.7)–(2.11) nie występuje parametr κ , obszary ważności poszczególnych mechanizmów plastycznego zniszczenia układają się w przestrzeni κ, μ, λ równoległe do osi κ (rys. 2.5). Rozmieszczenie obszarów pokazane na rys. 2.6 jest stałe z wyjątkiem górnego ograniczenia linią *ABC*, której przebieg wyznacza zależność (2.12).



Rys. 2.5

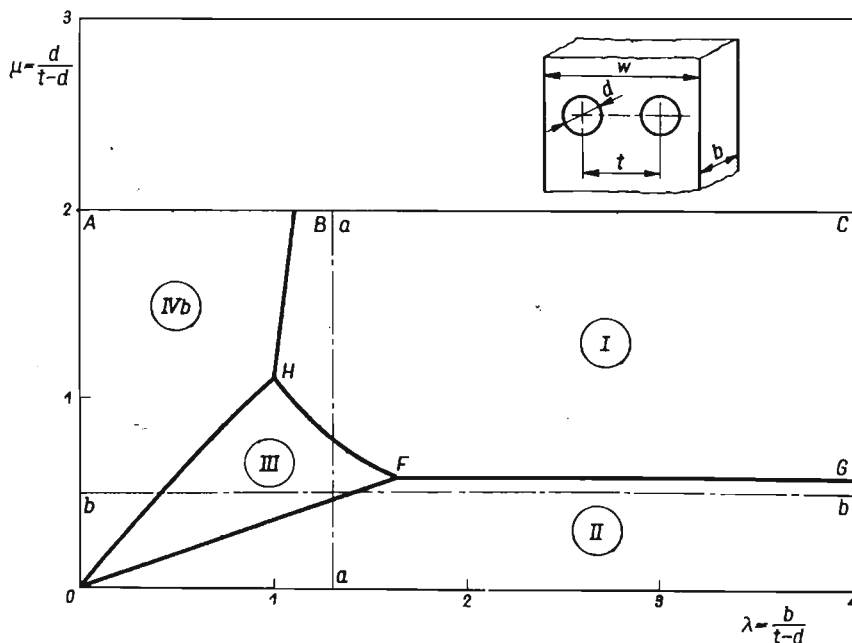
2.2. Wyniki doświadczalne. Doświadczenia przeprowadzono na dwóch seriach próbek. Jedną serię wykonano ze stopu aluminium PA2 (Al Mg3) w stanie miękkim, drugą natomiast ze stopu aluminium PA9 (Al Cu2 Mg1 Fe1 Ni1). Stop PA2 cechuje się bardzo dobrymi własnościami plastycznymi i ma szerokie zastosowanie na średnio obciążone elementy konstrukcji lotniczych, okrętowych i pojazdów mechanicznych. Ma on również

szerokie zastosowanie na urządzenia przemysłu chemicznego, spożywczego oraz na elementy konstrukcji budowlanych.

Stop PA9 ma podobne własności mechaniczne jakie posiada stop PA2. Nadaje się do kucia i prasowania na gorąco. Ma zastosowanie na części silnie obciążone i odporne na wysokie temperatury np. tłoki.

Badania próbek przeprowadzono na hydraulicznej maszynie wytrzymałościowej. Odształcenia mierzono przy użyciu dwóch tensometrów mechanicznych umieszczonych po obu stronach próbki na bazie pomiarowej 60 mm. Odczyty pomiarów odształceń prowadzono z dokładnością do 0,01 mm. Mierzenie odształceń na dwóch przeciwnych powierzchniach próbki pozwalało sprowadzić do minimum efekty wynikające z ewentualnego zginania próbki. Wydłużenie ustalono następnie jako wartość średnią wskazań obu tensometrów.

Stwierdzono, że powyższa metoda przeprowadzenia doświadczeń zapewniała otrzymywanie dobrych wyników doświadczalnych. Otrzymane w ten sposób krzywe obciążenie-odkształcenie cechują się dużą regularnością przebiegu.



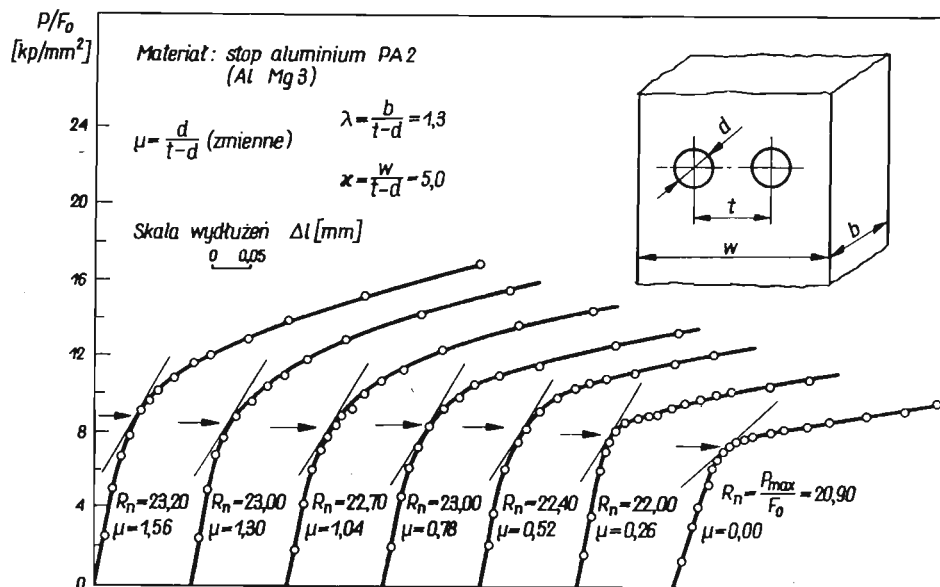
Rys. 2.6

Z zamieszczonych krzywych obciążenie-odkształcenie widzimy, że moment pełnego uplastycznienia przekroju próbki jest mało widoczny. W związku z tym w pracy przyjęto umowną granicę plastyczności utożsamiając ją z punktem, w którym moduł stycznej osiągał wartość $0,3 \operatorname{tg} \alpha$. Przez α oznaczono kąt jaki tworzy początkowa prostoliniowa część wykresu z osią wydłużeń.

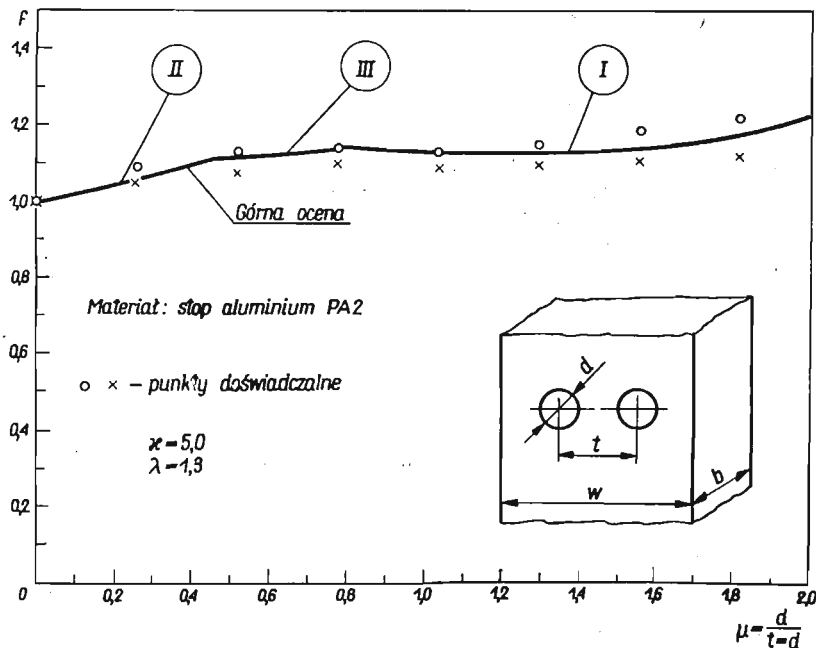
Wyniki badań pierwszej serii próbek wykonanych ze stopu PA2 pokazano na rysunkach 2.7 i 2.8. Próbki w tej serii miały wszystkie jednakową grubość $\lambda = 1,3$ i stałą sze-

rokość $\kappa = 5$. Zmienna była jedynie średnica otworów opisana zmiennym parametrem $\mu = d/t - d$ przy stałej wartości różnicy $t - d$. Parametrom tym odpowiadają przerywane linie $a-a$ na rysunkach 2.5 i 2.6.

Na rys. 2.7 podano początkowe części wykresów naprężenia P/F_0 w funkcji wydłużenia oraz wartości naprężeń nominalnych $R_n = P_{\max}/F_0$, gdzie F_0 jest polem początko-

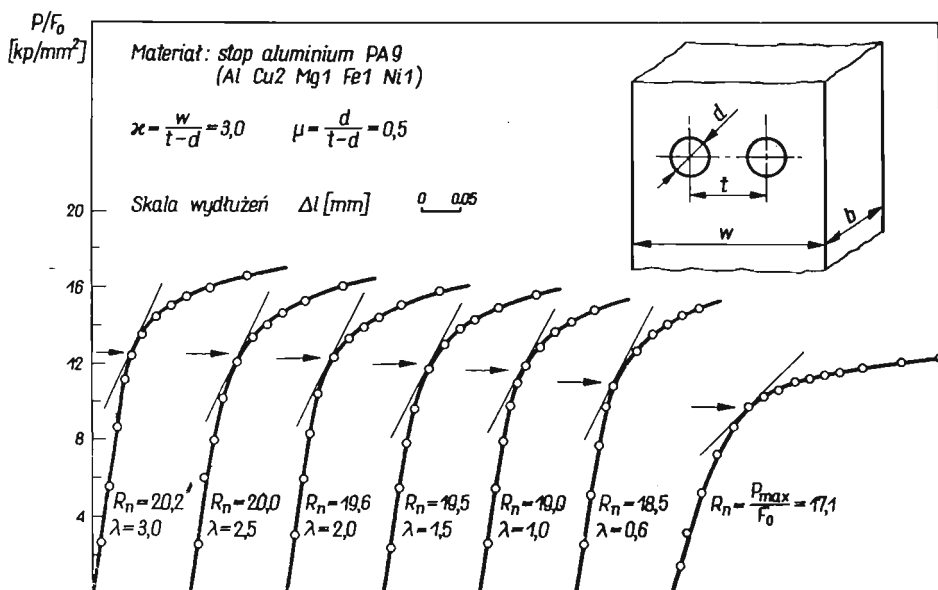


Rys. 2.7

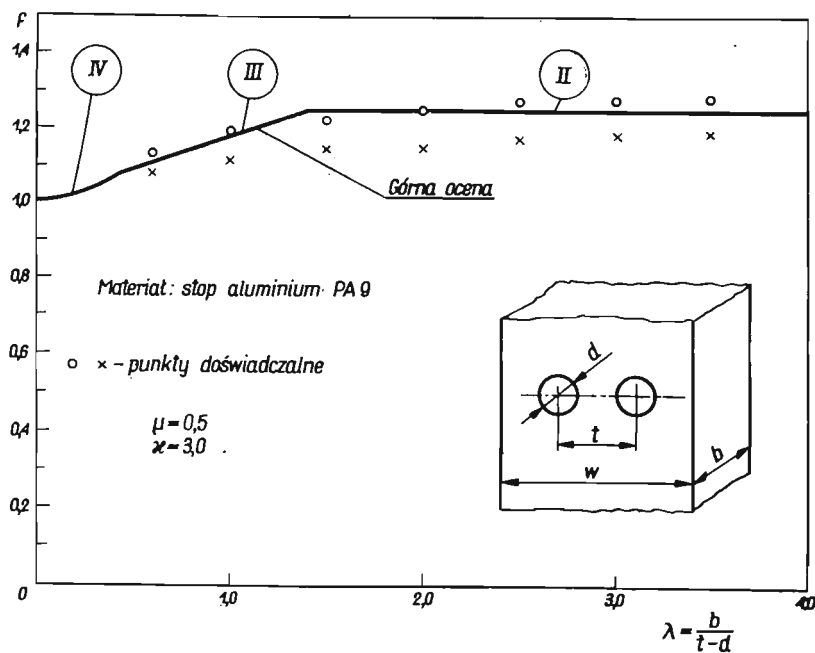


Rys. 2.8

wego przekroju poprzecznego próbki w osłabionym miejscu. Teoretyczną zależność granicy plastyczności od parametru μ pokazano na rys. 2.8. Punkty oznaczone kółkami odpowiadają doświadczalnym wartościom współczynnika obciążenia granicznego dla pasma z otworami. Otrzymano je dzieląc wartość granicy plastyczności próbek z otworami przez ustaloną wartość granicy plastyczności próbki bez otworu.



Rys. 2.9



Rys. 2.10

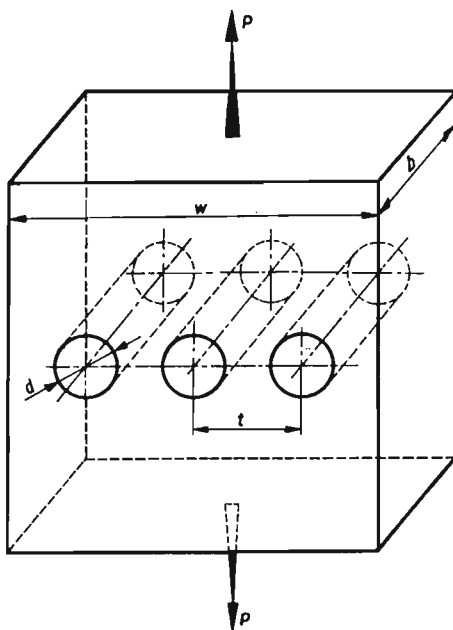
Najlepszą górną ocenę nośności granicznej dla tych parametrów otrzymujemy z mechanizmów *II-III-I*.

Nieco odmienne parametry miały próbki badane w drugiej serii. Przy ustalonych wartościach μ i κ zmienna była grubość próbek określona parametrem $\lambda = b/t-d$. Próbkę wykonano ze stopu PA9. Wyniki doświadczeń pokazano na rysunkach 2.9 i 2.10. Parametrom tych próbek odpowiada przekrój $b-b$ oznaczony linią przerywaną na rys. 2.6.

Najlepsze górne oceny dla tego przypadku wynikają z mechanizmów zniszczenia plastycznego *IV-III-II*.

3. Nośność graniczna pasma z trzema otworami

3.1. Analiza teoretyczna. Analizę teoretyczną nośności granicznej pasma z trzema otworami (rys. 3.1) przeprowadzono, podobnie jak w rozdziale 2, na czterech mechanizmach plastycznego zniszczenia zamieszczonych na rys. 2.2.



Rys. 3.1

Granica plastyczności pasma z trzema otworami jest zależna od trzech parametrów

$$2 + 3\mu \leq \left(\kappa = \frac{w}{t-d} \right) \leq \infty,$$

$$0 \leq \left(\mu = \frac{d}{t-d} \right) \leq \infty,$$

$$0 \leq \left(\lambda = \frac{b}{t-d} \right) \leq \infty.$$

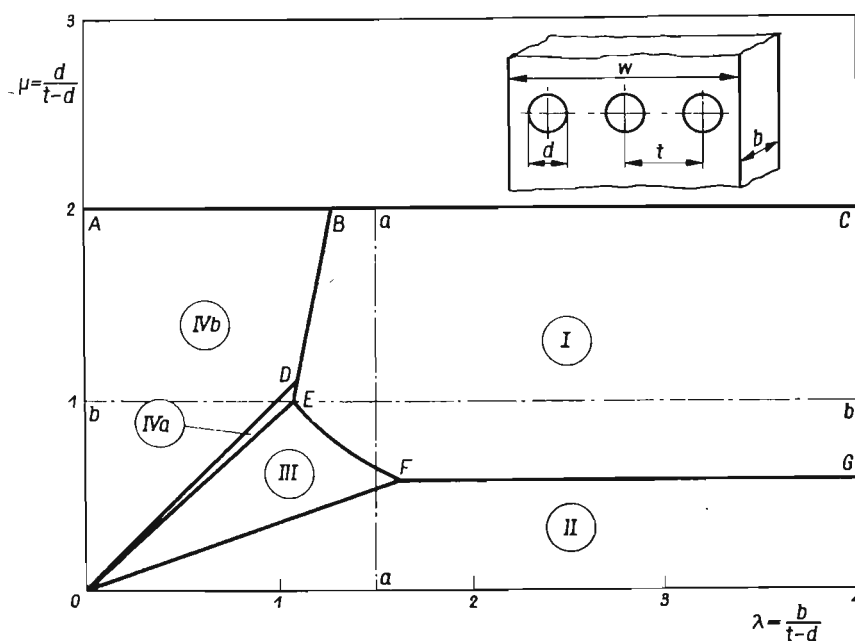
Dla mechanizmu *I* z liniami poślizgu otrzymujemy następujący wzór na górną ocenę nośności granicznej

$$(3.1) \quad f_g^I = 2(f^{I'} - 1) \frac{1}{\kappa - 3\mu} + 1 \quad \text{dla} \quad \begin{matrix} 2 + 3\mu \leq \kappa \leq \infty \\ 0,262 \leq \mu \leq \infty. \end{matrix}$$

gdzie $f^{I'}$ jest określone wzorem (2.2). Wykres $f^{I'}$ w funkcji μ jest pokazany na rys. 2.3.

Z mechanizmu *II* odpowiedni wzór na górną ocenę współczynnika obciążenia przyjmuje postać

$$(3.2) \quad f_g^{II} = \frac{\kappa - \mu}{\kappa - 3\mu}.$$



Rys. 3.2

Dla trzeciego sposobu plastycznego zniszczenia nośność graniczną obliczamy ze wzoru

$$(3.3) \quad f_g^{III} = 1 + \frac{\lambda}{\sqrt{2}(\kappa - 3\mu)}.$$

W przypadku mechanizmu *IV*, odpowiednie wzory mają następującą postać

$$(3.4) \quad f_g^{IVa} = \frac{\lambda\kappa - 3/4\pi\mu^2}{\lambda(\kappa - 3\mu)} \quad \text{dla} \quad \lambda \geq \mu$$

oraz

$$(3.5) \quad f_g^{IVb} = \frac{\lambda(2\kappa - 3\sqrt{\mu^2 - \lambda^2}) - 3\mu^2 \arcsin \lambda/\mu}{2\lambda(\kappa - 3\mu)} \quad \text{dla} \quad \lambda \leq \mu.$$

Na podstawie powyższych wzorów w przestrzeni μ, κ, λ otrzymujemy obszary, w których poszczególne mechanizmy dają najniższą wartość górnej oceny nośności granicznej.

Podobnie jak to pokazano dla pasma z dwoma otworami, obszary te przebiegają równolegle do osi κ . Rozmieszczenie ich pokazane na rys. 3.2 jest stałe dla wszystkich wartości κ z wyjątkiem linii ABC powstałej z przecięcia powierzchni płaszczyzną o równaniu

$$(3.6) \quad \kappa - 3\mu - 2 = 0.$$

Pozostałe linie są śladami powierzchni o równaniach

Linia FG

$$(3.7) \quad \mu - 0,58 = 0.$$

Linia EF

$$(3.8) \quad (1+\mu)\ln\left(1+\frac{1}{\mu}\right) - \frac{\lambda}{2\sqrt{2}} - 1 = 0.$$

Linia DE

$$(3.9) \quad (1+\mu)\ln\left(1+\frac{1}{\mu}\right) + \frac{3\pi}{8\lambda}\mu^2 - 1,5\mu - 1 = 0.$$

Linia BD

$$(3.10) \quad \lambda \left[4(1+\mu)\ln\left(1+\frac{1}{\mu}\right) - 6\mu + 3\sqrt{\mu^2 - \lambda^2} - 4 \right] + 3\mu^2 \arcsin \lambda/\mu = 0.$$

Linia OF

$$(3.11) \quad 2\sqrt{2}\mu - \lambda = 0.$$

Linia OD

$$(3.12) \quad \mu - \lambda = 0.$$

Linia OE

$$(3.13) \quad \mu^2 - \frac{4}{\pi}\lambda\mu + \frac{2\sqrt{2}}{3\pi}\lambda^2 = 0.$$

3.2. Wyniki doświadczalne. Podobnie jak w przypadku badania pasma z dwoma otworami, doświadczenia przeprowadzono na dwóch seriach próbek wykonanych ze stopów aluminium PA2 i PA9. Wyniki badań pierwszej serii próbek wykonanych ze stopu PA2 pokazano na rysunkach 3.3 i 3.4.

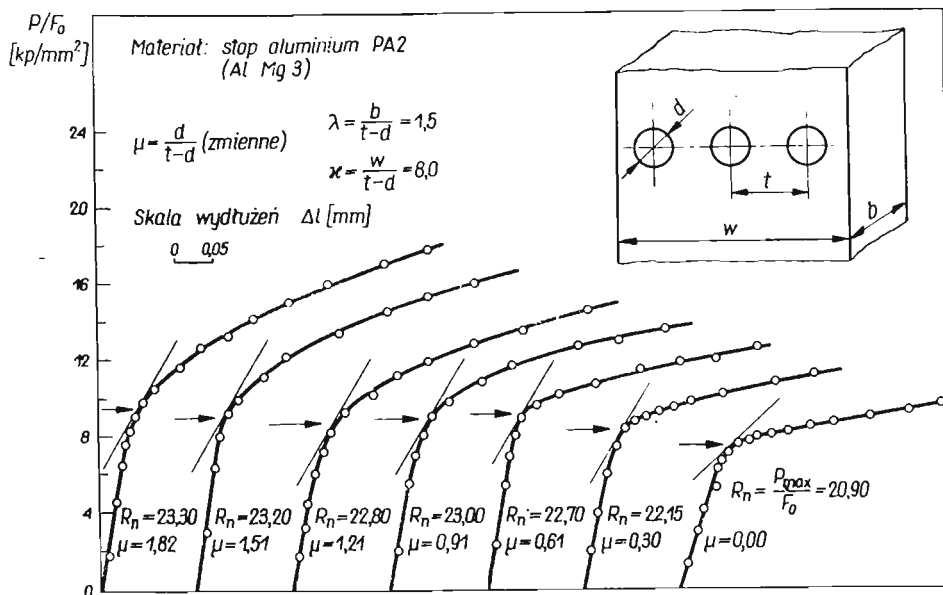
Przebieg badania próbek i sposób pomiaru odkształceń był identyczny jak przy badaniu próbek z dwoma otworami podany w punkcie 2.2.

Parametrom pierwszej serii próbek odpowiada przekrój $a-a$ na rys. 3.2.

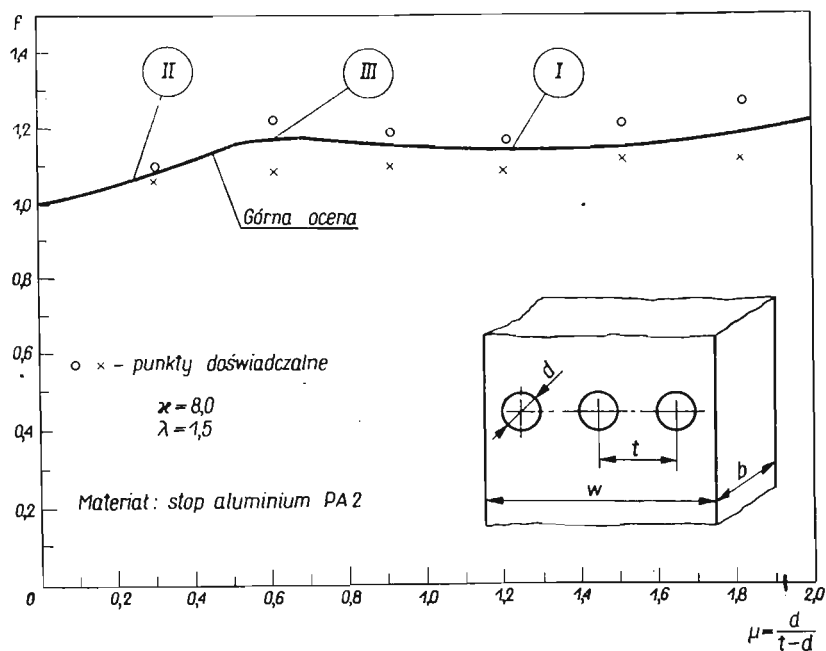
Wyniki badań drugiej serii próbek wykonanych ze stopu PA9 podano na rysunkach 3.5 i 3.6. Parametrom charakterystycznym dla tej serii próbek odpowiada przekrój $b-b$ na rys. 3.2.

Przedstawiona w pracy teoretyczna analiza nośności granicznej odnosi się tylko do granicy plastyczności. Jednakże na rysunkach 2.8, 2.10, 3.4 i 3.6 oprócz punktów odpowiadających granicy plastyczności naniesiono gwiazdkami punkty dla naprężeń nomi-

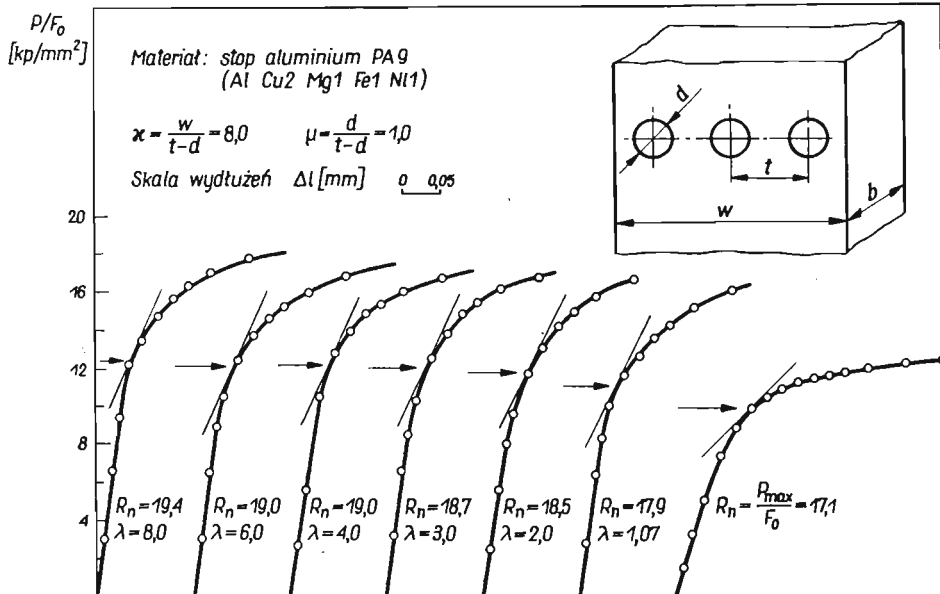
nalnych $R_n = P_{\max}/F_0$. Punkty te otrzymano przez odniesienie wartości R_n próbek z otworami do wielkości R_n próbki bez otworów. Dla wszystkich badanych próbek stosunek ten jest większy od jedności ale mniejszy od odpowiednich współczynników obciążenia granicznego obliczonych dla granicy plastyczności. Na rysunkach punkty oznaczone gwiazdkami leżą poniżej punktów otoczonych kółeczkami.



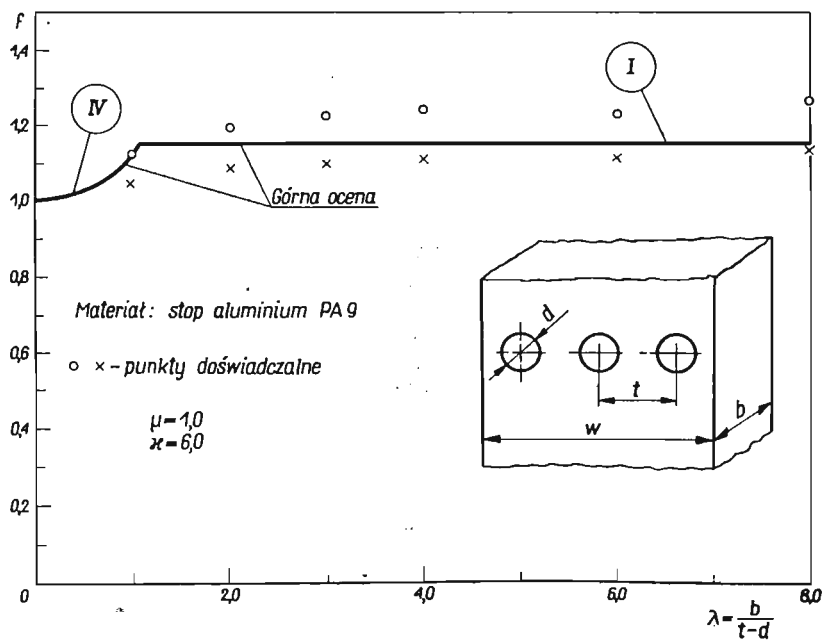
Rys. 3.3



Rys. 3.4



Rys. 3.5



Rys. 3.6

4. Nośność graniczna pasma osłabionego dowolną ilością otworów

Postępując podobnie jak w poprzednich rozdziałach, można wyprowadzić wzory na nośność graniczną pasma o dowolnej ilości otworów.

Granica plastyczności jest zależna od trzech parametrów ograniczonych następującymi nierównościami

$$\begin{aligned}(n-1)+n\mu &\leq \left(\kappa = \frac{w}{t-d} \right) \leq \infty, \\ 0 &\leq \left(\mu = \frac{d}{t-d} \right) \leq \infty, \\ 0 &\leq \left(\lambda = \frac{b}{t-d} \right) \leq \infty.\end{aligned}$$

Dla mechanizmu *I* wzór na górną ocenę nośności granicznej, uogólniony na pasmo z dowolną ilością otworów *n*, ma postać

$$(4.1) \quad f_g^I = (f^{I'} - 1) \frac{n-1}{\kappa - n\mu} + 1 \quad \text{dla} \quad \begin{aligned} (n-1)+n\mu &\leq \kappa \leq \infty \\ 0,262 &\leq \mu \leq \infty. \end{aligned}$$

gdzie $f^{I'}$ jest określone wzorem (2.2).

Z mechanizmu *II* określono górną ocenę współczynnika obciążenia w postaci wzoru

$$(4.2) \quad f_g^{II} = \frac{\kappa - \mu}{\kappa - n\mu}.$$

Podobnie dla *III* sposobu plastycznego zniszczenia nośność graniczną obliczamy ze wzoru

$$(4.3) \quad f_g^{III} = 1 + \frac{(n-1)\sqrt{2}}{4} \frac{\lambda}{\kappa - n\mu}.$$

W przypadku mechanizmu *IV*, odpowiednie wzory przyjmują postać

$$(4.4) \quad f_g^{IVa} = \frac{4\lambda\kappa - n\pi\mu^2}{4\lambda(\kappa - n\mu)} \quad \text{dla} \quad \lambda \geq \mu$$

oraz

$$(4.5) \quad f_g^{IVb} = \frac{\lambda(2\kappa - n\sqrt{\mu^2 - \lambda^2}) - n\mu^2 \arcsin \lambda/\mu}{2\lambda(\kappa - n\mu)} \quad \text{dla} \quad \lambda \leq \mu.$$

Rozpatrzmy teraz, dla przypadku pasma o dowolnej ilości otworów *n*, podział przestrzeni μ, κ, λ (rys. 2.4) na sfery działania poszczególnych mechanizmów plastycznego zniszczenia. Granica między obszarem *I* i *II* wyraża się równaniem

$$(4.6) \quad \mu = 0,58.$$

Widzimy, że jest ona niezależna od ilości otworów.

Podział przestrzeni na obszary *II* i *III* określa się wzorem

$$(4.7) \quad \sqrt{2}\lambda - 4\mu = 0 \quad \text{dla} \quad n \geq 2.$$

Między obszarami *I* i *III* przebiega powierzchnia o równaniu

$$(4.8) \quad 4(f''-1) - \sqrt{2}\lambda = 0 \quad \text{dla} \quad n \geq 2.$$

Z powyższych wzorów wynika, że linie *FG*, *OF* i *EF* na rys. 3.2 są stałe dla pasma o dowolnej ilości otworów *n*.

Nieco inaczej przedstawia się podział między pozostałymi obszarami. Granica między *I* i *IVb* wyraża się równaniem, do którego wchodzi parametr *n* określający ilość otworów pasma.

$$(4.9) \quad n[2\lambda(f''-\mu-1) + \lambda\sqrt{\mu^2-\lambda^2} + \mu^2 \arcsin \lambda/\mu] - 2\lambda(f''-1) = 0 \\ \text{dla} \quad \mu \geq \lambda.$$

Linia *DB* (rys. 3.2) będzie więc ulegać zmianie w zależności od ilości otworów.

Porównując rys. 3.2 z rys. 2.6 widzimy różnicę w podziale między obszarami *III* i *IV*. Na rys. 2.6 nie występuje obszar *IVa*. Z dokładnej analizy ogólnych wzorów wynika, że układ pól pokazany na rys. 2.6 jest szczególnym przypadkiem dla pasma z dwoma otworami, gdzie linię *OH* określa wzór (2.11). Dla wszystkich pozostałych przypadków charakterystyczny jest podział na obszary *III* i *IVa* wg rys. 3.2. Przebieg linii *OE* dla ogólnego przypadku określa wzór (4.10)

$$(4.10) \quad n(\pi\mu^2 + \sqrt{2}\lambda^2 - 4\mu\lambda) - \sqrt{2}\lambda^2 = 0 \quad \text{dla} \quad n \geq 3.$$

Jest oczywiste, że równanie (3.12) określające położenie linii *OD* jest słuszne dla dowolnego *n*.

Przebieg linii *DE* dzielącej obszary *I* i *IVa* wyznacza zależność

$$(4.11) \quad n(4\lambda f'' + \pi\mu^2 - 4\lambda\mu - 4\lambda) - 4\lambda(f''-1) = 0 \quad \text{dla} \quad n \geq 3.$$

Jeżeli chodzi o górne ograniczenie linią *ABC*, to jest ona funkcją dwóch zmiennych parametrów *x* i *n* wyrażoną w postaci

$$(4.12) \quad x = n\mu + n - 1.$$

Widzimy więc, że dla pasm z ilością otworów $n \geq 3$ rozkład pól odpowiadających poszczególnym mechanizmom plastycznego zniszczenia jest stały zgodnie z rys. 3.2. Granice między poszczególnymi obszarami z wyjątkiem linii *OE*, *ED* i *DB* są również stałe, niezależne od parametru *n*. Dla pasma z dwoma otworami, układ obszarów pokazany jest na rys. 2.6.

5. Wnioski

Na podstawie przeprowadzonej analizy stwierdzono, że górne oceny wynikające z prostych mechanizmów odkształcenia, przedstawionych na rys. 2.2, mają praktyczne znaczenie i można je stosować do analizy nośności elementów wykonanych z niektórych metali technicznych.

Z wykresów na rysunkach 2.8 i 3.4 wynika wniosek praktyczny dotyczący podziałki *t* dla szeregu otworów o danej średnicy. Obserwuje się bowiem ciągły wzrost obciążenia granicznego wraz ze wzrostem parametru *μ*.

Певием вніосек практичний wynika z wykresów zamieszczonych na rysunkach 2.10 i 3.6. Wraz ze wzrostem grubości wzrasta również współczynnik nośności granicznej, ale dla $\lambda \geq 3$ przyrost ten jest minimalny. Można więc sądzić, że dla $\lambda > 3$ w centralnej części pasm osłabionych otworami praktycznie realizuje się płaski stan odkształcenia.

Stwierdzono również, że stosunek naprężenia nominalnego R_n próbek z otworami do wartości R_n próbki bez otworu jest większy od jedności, ale mniejszy od odpowiednich współczynników określonych dla granicy plastyczności.

Literatura cytowana w tekście

1. J. F. W. BISHOP, *On the complete solution to problems of deformation of a plastic-rigid material*, J. Mech. Phys. Solids, Vol. 2, 1953, 43–53.
2. D. C. DRUCKER, *On obtaining plane strain or plane stress conditions in plasticity*, Proc. 2nd U.S. Nat. Congr. Appl. Mech., 1954, 485–488.
3. В. С. Жуковский, *Распределение деформаций и напряжений в плоских надрезанных стержнях в связи с объемностью напряженного состояния*, Проблемы прочности в машиностроении, Вып. 2, Изд. АН СССР, Москва 1959.
4. В. С. Жуковский, *О коэффициенте усиления и характере распространения пластических зон в надрезанных стержнях*, Изв. АН СССР, ОТН, 5, 1958, 116–119.
5. В. С. Жуковский, *Деформированное состояние и прочность плоских надрезанных стержней произвольной толщины*, Расчеты на прочность, Вып. 9, Машгиз., Москва 1963, 231–252.
6. W. SZCZEPIŃSKI, J. MIASTKOWSKI, *Doświadczalna analiza nośności granicznej rozciąganych płaskich prętów z karbem*, Rozpr. Inżyn., 13 1965, 637–652.
7. W. N. FINDLEY, D. C. DRUCKER, *An experimental study of plane plastic straining of notched bars*, J. Appl. Mech., Vol. 32, 1965, 493–503.
8. W. SZCZEPIŃSKI, J. MIASTKOWSKI, *Plastic straining of notched bars with intermediate thickness and small shoulder ratio*, Int. J. Non-Linear Mechanics, Vol. 3, 1967, 83–97.
9. J. MIASTKOWSKI, *Nośność graniczna rozciąganych prętów z karami kątowymi o dowolnych wymiarach części nad karbem*, Mech. Teoret. Stosow. 1, 7, 1969.
10. J. MIASTKOWSKI, *Nośność graniczna rozciąganych elementów o przekroju kwadratowym z wycięciami*, Rozprawy Inżynierskie, 1969, (w druku).
11. W. SZCZEPIŃSKI, *Przegląd prac dotyczących nośności granicznej rozciąganych prętów z karbem*, Mech. Teoret. Stosow., 3; 3, 1965, 51–78.
12. D. C. DRUCKER, H. J. GREENBERG, W. PRAGER, *Extended limit design theorems for continuous media*, Q. Appl. Math., Vol. 9, 1952, 381–389.
13. R. HILL, *The plastic yielding of notched bars under tension*, Quart. J. Mech. Appl. Math., Vol. 2, 1949, 40.
14. W. PRAGER, P. G. HODGE, *Theory of perfectly plastic solids*, J. Wiley Inc., New York 1951, 215–216.

Резюме

АНАЛИЗ НЕСУЩЕЙ СПОСОБНОСТИ ПОЛОСЫ С ОТВЕРСТИЯМИ, ПОДВЕРГАЕМОЙ РАСТЯЖЕНИЮ

В работе представлен теоретический и экспериментальный анализ несущей способности полосы с отверстиями, подвергаемой растяжению. Экспериментальные исследования проводились на двух сплавах алюминия РА2 и РА9. Констатируется, что действительные силы, соответствующие

ющие началу пластического течения, хорошо согласуются с верхними оценками несущей способности для обоих сплавов, обладающих очень хорошими пластическими свойствами.

В работе проводится, также, исследование влияния толщины на несущую способность полосы с отверстиями. Из этого вытекает, что для $\lambda > 3$, реализуется практически плоское деформированное состояние.

S u m m a r y

LIMIT ANALYSIS OF STRIP WITH HOLES

Theoretical and experimental limit analysis of strip with holes are presented. Two aluminium alloys PA2 and PA9 were tested. It was found that the yield point load generally coincides with the theoretical upper bound for both aluminium alloys displaying good ductility.

Presented is also investigation of the influence of thickness on the limit of strip with holes. Experimental results show that for $\lambda > 3$ practically the plane state of strain exists.

INSTYTUT PODSTAWOWYCH PROBLEMÓW TECHNIKI PAN
POLITECHNIKA WARSZAWSKA

Praca została złożona w Redakcji dnia 3 lutego 1969 r.
